

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН  
КАРАГАНДИНСКИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**К.С. Какенов, С. Ш. Кажикенова,  
Г.А. Есенбаева**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ  
В МАШИНОСТРОЕНИИ И МЕТАЛЛУРГИИ**

**Караганда 2011**

**УДК 51:532. 5**

**ББК 22. 253. 3**

Рецензенты:

**К.М. Турдыбеков** лауреат государственной премии Республики Казахстан, доктор химических наук, профессор

**В.М.Плотников** доктор технических наук, профессор.

**Какенов К.С., Кажикенова С.Ш., Есенбаева Г.А.**

Математическое и компьютерное моделирование технологических процессов применения СОЖ в машиностроении и металлургии: Монография / К.С.Какенов, С. Ш. Кажикенова, Г.А. Есенбаева; Карагандинский экономический университет. – Караганда: Издательство КЭУ, 2011. – 152с.

**ISBN 978 - 601 - 233 - 149 - 3**

Монография содержит сведения по большинству областей математики, которые могут понадобиться научному работнику и инженеру – исследователю. Предлагаемая вниманию читателя монография написана по материалам теоретико-экспериментальных исследований авторов. Предложенные математические модели могут быть использованы также при проектировании технологий и разработке техники применения других технологических жидкостей - моющих растворов, электролитов, оборотных и сточных вод и др.

**УДК 51:532. 5**

**ББК 22. 253. 3**

**ISBN 978 - 601 – 233 - 149 – 3**

© Карагандинский экономический университет, 2011

## СОДЕРЖАНИЕ

Перечень основных условных обозначений, символов и единиц.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ В МАШИНОСТРОЕНИИ И МЕТАЛЛУРГИИ.....	8
1.1. Критериальная модель дисперсного состояния СОЖ .....	8
1.2. Моделирование процессов, происходящих в СОЖ, находящихся в накопительных емкостях.....	16
1.2.1. Аналитическое определение концентраций веществ, содержащихся в СОЖ .....	17
1.2.2. Кинетика осаждения механических примесей .....	23
1.2.3. Магнитная коагуляция шлифовального шлама .....	29
1.3. Математическое моделирование процессов фильтрования СОЖ в самоочищающихся фильтрах.....	35
1.3.1. Фильтрование СОЖ через слой шлама, накапливающегося на фильтровальном полотне .....	35
1.3.2. Грануляция шлама на поверхности фильтровального полотна.....	43
1.4. Стабильность процесса очистки СОЖ при абразивной обработке .....	49
1.5. Статистическое исследование процесса эксплуатации СОЖ.....	57
ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИКИ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ.....	69
2.1. Моделирование и параметрическая оптимизация систем применения СОЖ .....	69
2.2. Вероятностное моделирование развития сложных технологических систем.....	85
2.3. Математическое моделирование патронного магнитного сепаратора.....	99
ГЛАВА 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ СОЖ.....	111

3.1. Вероятностное моделирование профиля шлифованной поверхности заготовки.....	111
3.2. Эффективность применения СОЖ на операциях механической обработки (Е.М. Булыжев).....	128
ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ ПРИ ХОЛОДНОЙ ЛИСТОВОЙ ПРОКАТКЕ.....	135
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	145

## Перечень основных условных обозначений, символов и единиц

ПМС - патронный магнитный сепаратор;

СОЖ — смазочно-охлаждающая жидкость;

СП - система применения;

$c$  - массовая концентрация вещества в СОЖ, кг/м<sup>3</sup>;

$d$  - диаметр частицы, м;

$\bar{d}$  - средний диаметр частицы, м;

$F\{x\}$  - функция распределения случайной величины  $x$ ;

$H_M$  - напряженность магнитного поля, А/м;

$m$  - масса, кг;

$p$  - давление, Па;

$p(x)$  - плотность распределения случайной величины  $x$ ;

$Q_V$  - объемный расход СОЖ, м<sup>3</sup>/с;

$R_a$  - среднее арифметическое отклонение профиля, мкм;

$t$  - время, с;

$t_3$  - срок эксплуатации СОЖ, сутки;

$T$  - термодинамическая температура, К;

$v_{ж}$  - скорость движения жидкости в магнитном поле, м/с;

$v_c$  - скорость сепарации, м/с;

$v_{\phi}$  - скорость фильтрования, м/с;

$V$  - объем СОЖ в системе применения, м<sup>3</sup>;

$E$  - степень очистки, %;

$\bar{E}$  - средняя степень очистки, %;

$N$  - динамическая вязкость, Па/с;

$\nu$  - кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с;

$\rho$  - плотность, кг/м<sup>3</sup>

## ВВЕДЕНИЕ

Возрастающие требования к экологической безопасности металлургических и металлообрабатывающих производств выдвигают на первый план проблему рационального применения СОЖ, которые, являясь одним из главных факторов увеличения производительности и обеспечения высокого качества продукции, остаются основным источником загрязнения окружающей среды машиностроительными и металлургическими предприятиями.

Разработка высокоэффективных, экологически чистых технологий и систем применения (СП) СОЖ требует решения комплекса вопросов, связанных с совершенствованием составов, технологии и техники применения СОЖ, включая приготовление СОЖ, очистку их от механических и иных примесей, стабилизацию свойств в процессе эксплуатации, разложение отработанных СОЖ, утилизацию отходов и другие операции. Научно обоснованное решение этих вопросов невозможно без привлечения современных математических методов моделирования и анализа сложных систем и процессов.

Предлагаемая вниманию читателя монография написана по материалам теоретико-экспериментальных исследований авторов. В первой главе представлены математические модели и результаты исследований технологических процессов применения СОЖ в машиностроении. Во второй главе сконцентрирован материал по математическому моделированию систем и другой техники, реализующих технологические процессы применения СОЖ в машиностроении. Третья глава посвящена математическому моделированию процесса шлифования (как самого сложного процесса механической обработки резанием) с применением СОЖ, анализа состояния СОЖ, рабочей поверхности шлифовального круга и обрабатываемой поверхности заготовки. В заключительной главе рассмотрены математические модели технологии применения СОЖ в металлургии при холодной листовой прокатке, являющейся

заключительной операцией технологического процесса металлургического производства.

Использованы различные методы исследования: математическое планирование, позволяющее получить многофакторные эмпирические зависимости, аналитическое и статистическое моделирование. Предложен универсальный метод расчета параметров взаимодействующих распределенных систем на основе специальных преобразований координат, предназначенный для исследования и моделирования вероятностных процессов.

Значительное внимание авторы монографии уделили моделированию малоисследованных процессов осаждения механических примесей в условиях самокоагуляции и магнитной коагуляции, грануляции слоя осадка на поверхности фильтровального полотна, фильтрования СОЖ, загрязненной механическими примесями, через слой осадка. Хорошее совпадение результатов моделирования с экспериментальными данными обеспечивает математическая (балансовая) модель СП СОЖ при холодной листовой прокатке.

Авторы не претендуют на законченность математического моделирования технологии и техники применения СОЖ, напротив - они полагают, что их работами положено лишь начало системному описанию сложных физико-химических явлений, происходящих на различных операциях технологического процесса применения СОЖ в машиностроении и металлургии.

Предложенные математические модели могут быть использованы также при проектировании технологий и разработке техники применения других технологических жидкостей - моющих растворов, электролитов, оборотных и сточных вод и др.

# ГЛАВА 1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ В МАШИНОСТРОЕНИИ И МЕТАЛЛУРГИИ

## 1.1. Критериальная модель дисперсного состояния СОЖ

Изменение дисперсного состояния СОЖ в процессе её эксплуатации приводит к ухудшению функциональных и эксплуатационных свойств жидкости [1]. Учитывая, что до 90% объема СОЖ, применяемых при металлообработке, приходится на долю эмульсионных [2], ниже предпринято моделирование дисперсного состояния эмульсионных СОЖ с целью прогнозирования его изменения в процессе эксплуатации. Моделирование проводили в критериальной форме, как это принято при описании адгезии и других физико-химических процессов.

Основной характеристикой эмульсионной СОЖ, с точки зрения её применения, является размер частиц  $d$  дисперсной фазы (дисперсность). Изменение дисперсности связано с изменением термодинамических (поверхностной энергии, температуры фазового перехода) и физико-механических свойств (вязкости, упругости) СОЖ, а также с агрегативной устойчивостью частиц дисперсной фазы. Эмульсионные СОЖ, как правило, представляют собой тонкодисперсные ( $d = (10^{-7} - 10^{-6})$  м) и грубодисперсные ( $d > 10^{-6}$  м) системы, и крайне редко, коллоидные ( $d = (10^{-9} - 10^{-7})$  мм) [3].

Микроскопический анализ СОЖ показал, что дисперсная фаза эмульсий может находиться в следующих состояниях: диспергированном, коагулированном, коалесцированном и пленочном (седиментированном) (рис. 1.1). Это объясняется агрегацией частиц дисперсной фазы СОЖ в ходе её эксплуатации. Интенсивность этого процесса зависит от внутренних (избыточная поверхностная энергия) и внешних (температура, примеси и т. д.) факторов. Каждое состояние дисперсной фазы соответствует определенному положению на кривой распределения массовой концентрации частиц по

размерам. Изменение массовой концентрации с частиц размера  $d_1$  дисперсной фазы характеризует изменение физико-химических свойств СОЖ, определяющих её технологическую эффективность и срок эксплуатации.

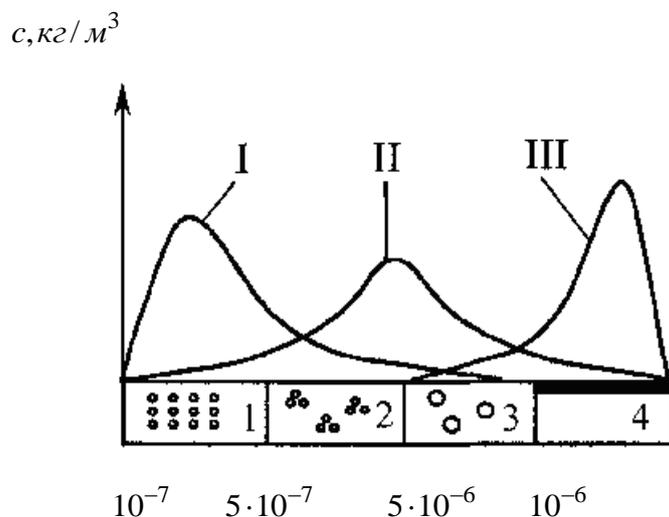


Рисунок 1.1 – Распределение массовой концентрации с дисперсной фазы эмульсии по размерам частиц: I - после приготовления эмульсии; II - в процессе эксплуатации; III - отработанная СОЖ; 1, 2, 3, 4 - соответственно тонкодисперсное, коагулированное, коалесцированное и пленочное состояние.

Размеры частиц дисперсной фазы и однородность эмульсии зависят от технологии её приготовления: интенсивности и продолжительности работы применяемых смесительных устройств, температуры диспергируемой жидкости и её концентрации [4, 5]. Причем, с повышением дисперсности частиц увеличивается однородность и стабильность эмульсий.

С увеличением продолжительности диспергирования уменьшается размер частиц дисперсной фазы до некоторого значения, которое определяется возможностями применяемого устройства, его энергетическими характеристиками (рис. 1.2) [6]. Температура диспергируемой жидкости оказывает влияние на размер частиц через изменение вязкости и поверхностного натяжения: с повышением температуры жидкости снижаются её вязкость и поверхностное натяжение, что облегчает процесс диспергирования. Однако значительное повышение температуры уменьшает адсорбцию молекул поверхностно-активных веществ на поверхности раздела фаз, что снижает устойчивость образующихся частиц дисперсной фазы.

Под интенсивностью диспергирования в большинстве случаев понимают скорость движения жидкости в смесительных или других устройствах СП СОЖ.

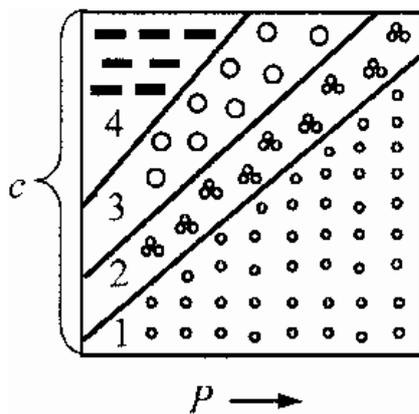


Рисунок 1.2 – Влияние затрачиваемой мощности  $P$  при приготовлении эмульсионной СОЖ на её дисперсное состояние: 1,2,3,4 - см. в надписи к рис. 1.1.

Концентрация компонентов СОЖ оказывает влияние на дисперсность частиц через процессы агрегации, при этом тонкодисперсные частицы легче получить в малоконцентрированных жидкостях. Для анализа дисперсного состояния эмульсионных СОЖ используем количественное описание состояний их дисперсной фазы. Учитывая, что в эмульсионных СОЖ масса дисперсной фазы, находящейся в коллоидном состоянии, пренебрежимо мала, запишем уравнение баланса масс дисперсной фазы в следующем виде:

$$m_{\text{э}} = m_{\text{д}} + m_{\text{кг}} + m_{\text{кл}} + m_{\text{п}} \quad (1.1)$$

где  $m_{\text{э}}, m_{\text{кг}}, m_{\text{кл}}, m_{\text{п}}$  - масса дисперсной фазы соответственно в диспергированном, коагулированном, коалесцированном и пленочном состоянии, кг.

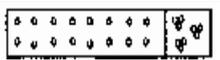
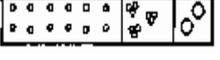
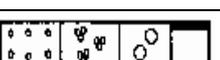
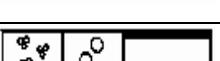
Уравнения баланса масс дисперсной фазы СОЖ в процессе эксплуатации, описывающие её деградацию, представлены в табл. 1.1. Под интенсивностью диспергирования в большинстве случаев понимают скорость движения жидкости в смесительных или других устройствах СП СОЖ.

Интенсивность перехода дисперсной фазы из одного состояния в другое можно обозначить критерием по аналогии с числом адгезии или числом коагуляции [7]:

$$m_d = m_3 a, \quad (1.2)$$

где  $a$  – число эмульгирования, т.е. вероятность перехода дисперсной фазы СОЖ в тонкодисперсное состояние в процессе её приготовления.

Таблица 1.1 – Процесс деградации эмульсионных СОЖ

№ этапа деградации	Дисперсное состояние СОЖ по этапам ее деградации		Уравнение баланса масс
	Схематичное изображение	Описание	
1		Полное диспергирование эмульсола	$m_3 = m_0$
2		Появление агрегатов мицелл-коагуляция	$m_3 = m_0 + m_{кг}$
3		Появление грубодисперсных мицелл-коалесценция	$m_3 = m_0 + m_{кг} + m_{кл}$
4		Появление пленок	$m_3 = m_0 + m_{кг} + m_{кл}$
5		Исчезновение одиночных мицелл	$m_3 = m_{кг} + m_{кл} + m_n$
6		Исчезновение агрегатов мицелл	$m_3 = m_{кл} + m_n$
7		Полная деградация-расслоение на водную и масляную фазы (в виде пленки)	$m_3 = m_n$

В результате коагуляции часть дисперсной фазы переходит в коагулированное состояние:

$$m_{кг} = m_{дв} P, \quad (1.3)$$

где  $P$  - число коагуляции, т.е. вероятность перехода дисперсной фазы в коагулированное состояние.

По аналогии с (1.3), масса скоалесцировавшей фазы определяется как:

$$m_{кл} = m_{кг} Y, \quad (1.4)$$

где  $Y$  - число коалесценции, т.е. вероятность слияния мицелл размера:

$$d = (5 \cdot 10^{-6} - 10^{-6}) \text{ м.}$$

На последнем этапе мицеллы всплывают и образуют пленки на поверхности СОЖ (этому немало способствует наличие "инородных" масел в СОЖ):

$$m_n = m_{кл} d, \quad (1.5)$$

где  $d$  - число конденсации, т.е. вероятность образования масляной пленки на поверхности СОЖ.

После подстановки выражений (1.2) - (1.5) в уравнение (1.1) и деления левой и правой его частей на  $m_d$  получим критериальное уравнение баланса дисперсных состояний СОЖ:

$$1 = a + aV + aVu + aVud. \quad (1.6)$$

В уравнении (1.6) каждое слагаемое отражает связь состояний дисперсной фазы СОЖ, при этом учитывается вероятность её перехода из одного состояния в другое.

Для практического использования зависимости (1.6) необходимо определить функции, раскрывающие содержание входящих в неё критериев. На этапе приготовления СОЖ необходимо установить зависимости между конструктивными параметрами устройств приготовления СОЖ и фазовым состоянием жидкости.

Для этапа эксплуатации необходимо выявить зависимости между возмущающими факторами и соответствующими изменениями состояний СОЖ. В связи с отсутствием аналитических зависимостей критериев  $a, V, u$  и  $d$  от условий эксплуатации СОЖ, авторами предпринята попытка упрощения критериального описания дисперсного состояния СОЖ с использованием нормальнологарифмического распределения частиц дисперсной фазы по размерам, характерного (по наблюдению авторов) для эмульсии.

Разработанная упрощенная математическая модель изменения массовой концентрации  $c$  частиц размера  $d$  на этапах приготовления (1.7) и эксплуатации (1.8) СОЖ позволяет выбирать устройства, параметры и режим их работы из условия получения СОЖ требуемой дисперсности, а также на основе начальной массовой концентрации частиц размера  $d$ , коэффициентов потерь  $q$  и агрегации  $u$  дисперсной фазы определять дисперсное состояние СОЖ:

$$c(d, t_n) = ic_0(d) \quad (1.7)$$

$$c(d,t) = c_0 (de^{-\psi t}) e^{-\left[ -\psi t + \frac{qd\Delta m}{\psi\Delta m} (1 - e^{-\psi\Delta m t}) \right]} \quad (1.8)$$

где  $c(d,t)$  и  $ic_0(di)$  - функции массовой концентрации частиц дисперсной фазы размера  $d$ ;

$c_0, c$  - соответственно начальная (после приготовления СОЖ) и текущая (соответствующая определенному моменту времени) массовая концентрация частиц дисперсной фазы размера  $d$ , кг/м<sup>3</sup>;

$i = d/d_0$  - степень диспергирования;

$d_0, d$  - средний размер частиц дисперсной фазы соответственно в начальный (после приготовления СОЖ) и текущий момент времени, м;

$t_n, t$  - соответственно длительность приготовления (перемешивания) и эксплуатации СОЖ, ч;

$\Delta m$  - коэффициент пропорциональности, характеризующий зависимость потери массы дисперсной фазы от размера частиц.

Отсутствие методики аналитического расчета величин  $\psi_k, q_m$  для реальных технологических процессов применения СОЖ обуславливает целесообразность их экспериментального определения.

Эксперименты проводили на плоскошлифовальном станке 3Е711ВФ1.

Шлифовали образцы из стали 45, HRC 40...45 кругами 1 - 250x25x76 характеристик 24A12НСМ27К5, 24A16НСМ27К5, 24A25НСМ27К5, 24A40НСМ27К5. Рабочая скорость круга составляла  $V_k = 35$  м/с; продольная скорость заготовки  $V_s = 12$  м/мин, вертикальная подача круга  $St = (0,002 - 0,02)$  мм/дв. ход. В качестве СОЖ использовали 5%-ные эмульсии СДМУ-2 и ИХП-45Э.

СОЖ приготавливали на установке для интенсивного механического диспергирования (ИМД) при окружной скорости ротора 94; 150; 250 м/с [8]. По пробам, которые брали ежедневно, фиксировали изменение дисперсного состояния СОЖ. Установлено, что рассогласование результатов экспериментальных и теоретико-экспериментальных исследований на этапе

приготовления жидкости объясняется в основном погрешностями определения важнейшей характеристики устройства приготовления СОЖ - степени диспергирования  $i$  (табл. 1.2, рис. 1.3).

Таблица 1.2 – Плотность распределения массовой концентрации с частиц размера  $d$ , в зависимости от режима приготовления 5 %-ных эмульсий СДМУ-2 и ИХП-45Э.

СОЖ	$V_{\text{ром}},$ м/с	Интервал размеров $d_i \cdot 10^{-6},$ м								
		0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-9	9-12
СДМУ-2	94	0,67	0,0094	0,037	0,048	0,083	0,048	0,035	0,0076	0,066
	150	0,84	0,01	0,026	0,011	0,0078	0,01	0,078	-	0,054
	250	0,89	0,08	0,02	0,0067	0,001	0,0067	-	-	-
ИХП-45Э	94	0,795	0,001	0,06	0,024	0,013	0,024	0,039	-	0,042
	150	0,826	0,015	0,042	0,051	0,029	0,036	-	-	-
	250	0,807	0,01	0,029	0,052	0,019	0,024	0,019	0,036	-

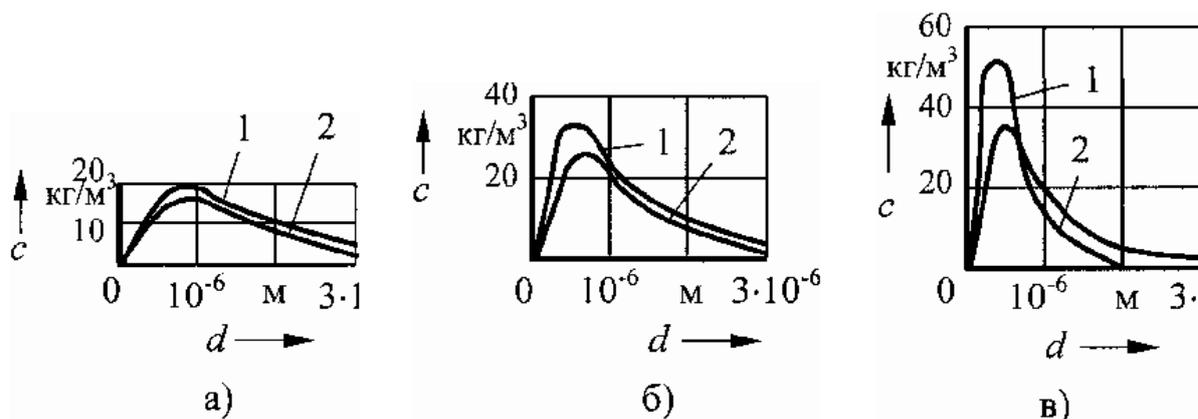


Рисунок 1.3 – Изменение массовой концентрации с дисперсной фазы в 5 %-ной эмульсии СДМУ-2 в зависимости от режима приготовления СОЖ: а, б, в - соответственно  $V_{\text{ром}} = 94, 150, 250$  м/с; 1,2- соответственно расчетные и экспериментальные значения степени диспергирования  $i$ .

В результате исследований установлены эмпирические зависимости для коэффициентов агрегации и потерь, учитывающие концентрацию, дисперсность СОЖ и условия шлифования:

$$\psi = \psi_k k_{\psi 1} k_{\psi 2}; \quad (1.9)$$

$$q = q_m k_{q1} k_{q2}, \quad (1.10)$$

где  $\Psi_k, q_m$  - табличные значения коэффициентов соответственно агрегации и потерь (табл. 1.3);  $k - k_1$  и  $k_2, k$  - коэффициенты влияния соответственно зернистости и вертикальной подачи круга на изменение и  $q$  (табл. 1.4).

Подстановка значений  $q$  и  $\Psi$  уравнение (1.8) позволяет определить дисперсное состояние СОЖ в процессе эксплуатации.

Таблица 1.3 – Изменение коэффициентов агрегации и потерь

Массовая концентрация эмульсола в СОЖ $c, \text{кг/м}^3$	Коэффициент агрегации $\Psi_m \cdot 10^3$				Коэффициент потерь $q_m \cdot 10^3$			
	Средний диаметр частиц дисперсной фазы $d \cdot 10^{-6}$							
	0,5	1	3	5	0,5	1	3	5
30	7	5,1	2,7	1,5	6	6,9	8,3	10
50	10	8,2	4,8	2,7	10	12,4	14,1	15
100	25	17	10	6,8	22	29	34	39

Таблица 1.4 – Поправочные значения агрегации и потерь

Зернистость круга $d, \cdot 10^{-6}, \text{м}$		120	160	250	400
$k_1$	$k_{\psi_1}$	1	0,96	0,93	0,89
	$k_{q_1}$	1,02	1	0,96	0,94
Подача круга $S, \text{мм/дв.ход}$		0,002	0,005	0,01	0,02
$k_2$	$k_{\psi_2}$	1,04	1	0,95	0,89
	$k_{q_2}$	1,06	1	0,98	0,92

Анализ этапа эксплуатации СОЖ показал следующее. СОЖ, приготовленная при малых  $v$  в установке ИМД, обладает грубодисперсной структурой, что приводит к повышенным потерям массы дисперсной фазы и к уменьшению её концентрации (в этом случае снижается вероятность столкновения частиц дисперсной фазы). Как следствие, коэффициент агрегации  $\Psi$  уменьшается. Для тонкодисперсных эмульсий коэффициент потерь  $q$  меньше, чем для грубодисперсных.

Таким образом, с увеличением  $v$  снижается коэффициент потерь  $q$ , а коэффициент агрегации  $\Psi$  увеличивается. При этом растет массовая

концентрация тонкодисперсной фазы. Уменьшение размера частиц приводит к уменьшению их агрегативной устойчивости. Это обусловлено увеличением расклинивающего давления адсорбционно-сольватного слоя между мелкими частицами и стремлением системы к уменьшению межфазовой поверхности. Поэтому коэффициент  $\Psi$  с увеличением времени эксплуатации СОЖ возрастает.

Изменение массовой концентрации дисперсной фазы СОЖ в 5%-ной эмульсии СДМУ-2 (режим приготовления  $u_{\text{пом}} = 250 \text{ м/с}$ ) в процессе эксплуатации СОЖ представлено на рис. 1.4.

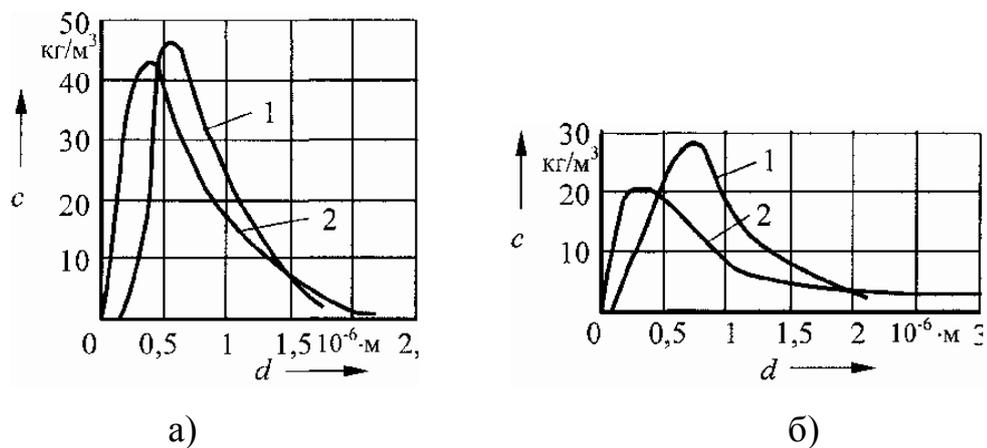


Рисунок 1.4 – Массовая концентрация с эмульсола в 5 %-ной эмульсии СДМУ-2: а, б - соответственно время эксплуатации СОЖ  $t = 24, 48 \text{ ч}$ ; 1,2- соответственно расчетные и экспериментальные кривые.

Таким образом, разработанная модель (1.6) и упрощенная её модификация (1.7), (1.8) удовлетворительно описывают дисперсное состояние СОЖ на этапах их приготовления и эксплуатации. Критериальный подход позволяет прогнозировать стабильность СОЖ, являющуюся важнейшей характеристикой системы применения СОЖ при металлообработке.

## 1.2 Моделирование процессов, происходящих в СОЖ, находящихся в накопительных емкостях

Одним из основных структурных элементов любой СП СОЖ являются накопительные емкости (баки), в которых осуществляют приготовление СОЖ,

очистку их от твердых и коллоидных примесей и многие другие операции технологического процесса применения СОЖ. С точки зрения управления составом и свойствами СОЖ в процессе её эксплуатации наибольший интерес представляет изучение процессов, происходящих в СОЖ при смешивании нескольких её компонентов (в том числе загрязненных), а также кинетики осаждения механических примесей с учетом их магнитной коагуляции.

### 1.2.1 Аналитическое определение концентраций веществ, содержащихся в СОЖ

Процессы смешивания нескольких компонентов СОЖ в накопительных емкостях имеют место, например, на этапах приготовления СОЖ и сбора её со станков. В общем случае процесс смешивания нескольких компонентов СОЖ в емкости можно представить схемой, показанной на рис. 1.5.

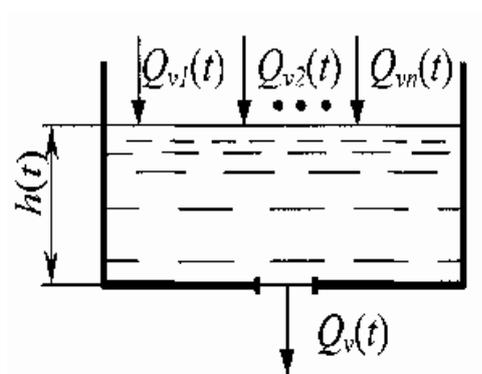


Рисунок 1.5 – Схема смешивания СОЖ в накопительной емкости

Жидкость поступает в емкость через  $n$  труб с объемными расходами  $Q_{v1}(t), Q_{v2}(t), \dots, Q_{vn}(t)$  и массовыми концентрациями  $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$  некоторого вещества. Из емкости вытекает жидкость с расходом  $Q_v(t)$  и концентрацией  $c(t)$ . Будем считать, что емкость имеет постоянную площадь поперечного сечения  $S$ , а объем  $V(t)$  и высота  $h(t)$  столба жидкости изменяются во времени. Кроме того, предполагаем, что содержимое емкости перемешивается таким образом, что концентрация вещества в выходном потоке

равна концентрации вещества в баке. Исходя из этих предположений, уравнение баланса масс для емкости можно записать в виде:

$$\frac{dV(t)}{dt} = \sum_{i=1}^n Q_{vi}(t) - Q_v(t)$$

$$\frac{d}{dt} [c(v)V(t)] = \sum_{i=1}^n c_i(t)Q(t) - Q_v(t) \quad (1.11)$$

Воспользовавшись законом Торичелли, определим скорость истечения жидкости:

$$v(t) = \zeta \sqrt{2gh(t)},$$

где  $g$  - ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;

$\zeta$  - эмпирический коэффициент (для воды  $\zeta = 0,62$ ).

Если  $a$  - площадь отверстия (м<sup>2</sup>), через которое жидкость вытекает из емкости, то

$$Q_v(t) = \sigma v(t) = \sigma \zeta \sqrt{2gV(t)/S} = K \sqrt{V(t)};$$

$$K = \sigma \zeta \sqrt{2g/S} = \text{const.}$$

В установившемся состоянии расходы  $Q_{v1}(t), Q_{v2}(t), \dots, Q_{vn}(t)$ , объем  $V_0$  и концентрации  $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$  постоянны и удовлетворяют условиям

$$0 = \sum_{i=1}^n Q_{vi0} - Q_{v0};$$

$$0 = \sum_{i=1}^n c_i Q_{vi0} - c_0 Q_{v0}; \quad (1.12)$$

$$Q_{v0} = K \sqrt{V_0}.$$

Из этих соотношений по заданным значениям  $c_{i0}, Q_{vi0}, i = 1, 2, \dots, n$  можно определить  $Q_{v0}, c_0$  и  $V_0$ . В общем случае возможны отклонения от установившегося режима. Обозначим:

$$\mu_i(t) = Q_{vi}(t) - Q_{vi0}; \nu_i(t) = c_i(t) - c_{i0}, i = 1, 2, \dots, n; \xi_1(t) = V(t) - V_0,$$

Тогда:

$$\begin{aligned}
Q_v(t) &= K\sqrt{V(t)} = K\sqrt{V_0 + \xi_1(t)} = K\sqrt{V_0} \left(1 + \frac{\xi_1(t)}{V_0}\right)^{1/2} \\
&= K\sqrt{V_0} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\xi_1(t)}{V_0} + \dots\right) = Q_{v0} + \frac{Q_{v0}}{2V_0} \xi_1(t) + \dots
\end{aligned}$$

Систему уравнений (1.11) запишем в виде

$$\begin{cases}
\xi_1(t) = \sum_{i=1}^n (\mu_i(t) + Q_{vi0}) - Q_{v0} - \frac{Q_{v0}}{2V_0} \xi_1(t) - \dots; \\
\frac{d}{dt} [(\xi_2(t) + c_0)(\xi_1(t) + V_0)] = \sum_{i=1}^n (v_i(t) + c_{i0})(\mu_i(t) + Q_{vi0}) - \\
- (\xi_2(t) + c_0)(Q_{v0} + \frac{Q_{v0}}{2V_0} \xi_1(t) + \dots).
\end{cases}$$

Линеаризовав уравнения системы с учетом выражений (1.12), получим

$$\begin{cases}
\xi_1(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) - \frac{1}{2} \frac{Q_{v0}}{V_0} \xi_1(t); \\
c_0 \xi_1(t) + V_0 \xi_2(t) = \sum_{i=1}^n [c_{i0} \mu_i(t) + Q_{vi0} v_i(t)] - Q_{v0} \xi_2(t) - \frac{c_0 Q_{v0}}{2V_0} \xi_1(t)
\end{cases}$$

Или:

$$\begin{cases}
\xi_1(t) + \frac{1}{2} \frac{Q_{v0}}{V_0} \xi_1(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t); \\
\xi_2(t) + \frac{Q_{v0}}{V_0} \xi_2(t) = \sum_{i=0}^n \left[ \frac{c_{i0} - c_0}{V_0} \mu_i(t) - Q_{vi0} v_i(t) \right].
\end{cases} \quad (1.13)$$

Системы уравнений (1.11) и (1.13) получены в предположении, что изменение расходов вытекающих потоков  $Q_{v_n}(t)$  и концентраций вещества  $c_n(t)$  мгновенно сказывается на изменении концентрации  $c(t)$  вытекающей жидкости. В более точной модели необходимо учесть, во-первых, время движения жидкости по трубам (транспортное запаздывание) и, во-вторых, то, что перемешивание жидкости в емкости для выравнивания концентрации требует также некоторого времени (технологическое запаздывание). Оба эти фактора можно учесть, введя запаздывание в уравнения (1.11) и (1.13). С учетом запаздываний  $\tau$ ; система уравнений (1.11) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = \sum_{i=1}^n Q_{vi}(t - \tau_i) - Q_v(t); \\ \frac{d}{dt} [c(t)V(t)] = \sum_{i=1}^n c_i(t - \tau_i) - c(t)Q_v(t). \end{cases}$$

Введя запаздывания в линеаризованную модель (1.13), получим

$$\begin{cases} \xi_1(t) + \frac{1}{2} \frac{Q_{v0}}{V_0} \xi_1(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t - \tau_i); \\ \xi_2(t) + \frac{Q_{v0}}{V_0} \xi_2(t) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{C_{i0} - C_0}{V_0} \mu_i(t - \tau_i) + Q_{vi0} v_i(t - \tau_i) \right]. \end{cases} \quad (1.14)$$

Решение системы (1.14) при начальных условиях  $\xi_1(0) = 0, \xi_2(0) = 0$ , приводит к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \xi_1(t) &= e^{-\frac{Q_{v0}t}{2V_0}} \sum_{i=1}^n \int_0^t e^{\frac{Q_{v0}}{2V_0}t} \mu_i(t - \tau_i) dt; \\ \xi_2(t) &= e^{-\frac{Q_{v0}t}{V_0}} \sum_{i=1}^n \int_0^t e^{\frac{Q_{v0}}{V_0}t} \left[ \frac{C_{i0} - C_0}{V_0} \mu_i(t - \tau_i) + Q_{vi0} v_i(t - \tau_i) \right] dt. \end{aligned}$$

Рассмотрим важный для практики частный случай. Предположим, что расход поступающей в емкость жидкости и концентрация анализируемого вещества постоянны, т.е. в этом случае  $Q(t) = K - JV(t)$ . Тогда система (1.11) примет вид:

$$Q_{vi}(t) \equiv Q_{vi} = \text{const}, c_i(t) \equiv c_i = \text{const}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.15)$$

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = A - K\sqrt{V(t)}; \\ \frac{d[c(t)V(t)]}{dt} = B - c(t)K\sqrt{V(t)}, \end{cases}$$

где  $A = \sum_{i=1}^n Q_{vi}$  - суммарный объемный расход входного потока, м<sup>3</sup>/с;

$B = \sum_{i=1}^n c_i Q_{vi}$  - суммарный массовый расход вещества, поступившего в емкость, кг/с.

Из второго уравнения системы (1.15) вычтем первое.

В результате получим равносильную (1.15) систему:

$$\begin{aligned} dV/dt &= A - K\sqrt{V} \\ Vdc/dt &= B - Ac \end{aligned} \quad (1.16)$$

Первое уравнение системы (1.16) представим в виде  $dt = dV/(A - K\sqrt{V})$ .

Интегрируя, получим:

$$t = -2(K\sqrt{V} + A \ln |A - K\sqrt{V}|)/K^2 + \bar{C}_1, \quad (1.17)$$

где  $\bar{C}_1$  - произвольная постоянная.

Исключив  $dt$  из уравнений системы (1.16), получим

$$\frac{dV}{A - K\sqrt{V}} = \frac{Vdc}{B - Ac} \quad \text{или} \quad \frac{dV}{V(A - K\sqrt{V})} = \frac{dc}{B - Ac}.$$

Интегрирование приводит к зависимости

$$c = B/A + \bar{C}_2 (A - K\sqrt{V})^2 / V, \quad (1.18)$$

где  $\bar{C}_2$  произвольная постоянная.

Зададим начальные условия:

$$V(0) = V_0, c(0) = c_0. \quad (1.19)$$

Интегралы (1.17), (1.18), удовлетворяющие начальным условиям (1.19), запишем в виде

$$\begin{aligned} t &= \frac{2}{K^2} (K\sqrt{V_0} - \sqrt{V} + A \ln \left| \frac{A - K\sqrt{V_0}}{A - K\sqrt{V}} \right|); \\ c &= \frac{B}{A} + \frac{(Ac_0 - B)V_0}{A(A - K\sqrt{V_0})^2} \frac{(A - K\sqrt{V})^2}{V}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Исследуем поведение функций  $V(t)$  и  $c(t)$ . Из системы (1.16) непосредственно следует, что  $dt/dV = 1/(A - K\sqrt{V})$ .

Отсюда видно, что функция  $t = t(V)$  возрастает в интервале  $(-\infty, (A/K))$  и убывает в интервале  $((A/K), \infty)$ . При  $V = (A/K)^2$  производная  $dt/dV = \infty$  (рис. 1.6, а).

Дифференцирование по  $V$  выражения (1.20) дает

$$\frac{dt}{dV} = \frac{1}{A - K\sqrt{V}}; \quad \frac{dc}{dV} = -\frac{(Ac_0 - B)V_0(A - K\sqrt{V})}{(A - K\sqrt{V_0})^2 V^2}.$$

Отсюда:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{dc}{dV} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{dc/dV}{dt/dV} = -\frac{(Ac_0 - B)V_0(A - K\sqrt{V})^2}{(A - K\sqrt{V_0})^2 V^2}$$

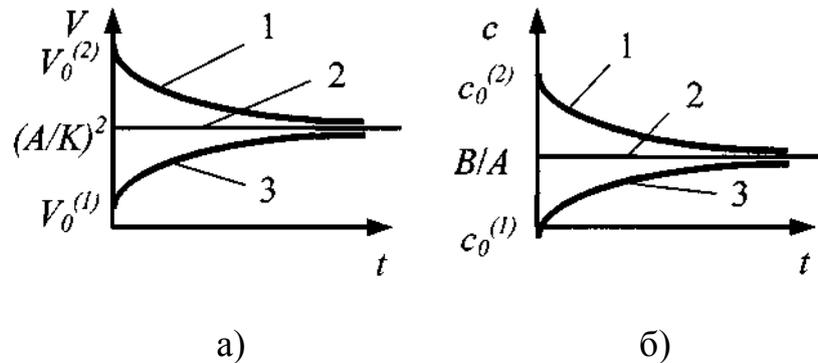


Рисунок. 1.6 – Изменение функций  $V = V(t)$  (а) и  $c = c(t)$  (б) во времени: 1, 2, 3 - варианты поведения функции

Из полученного следует, что  $dc/dt > 0$  при  $c_0 < B/A$  и  $dc/dt < 0$  при  $c_0 > B/A$ . На рис. 1.6, б показаны графики функции  $c = c(t)$ , соответствующие начальным значениям  $c_0 = c_0^{(1)} < B/A$  и  $c_0 = c_0^{(2)} > B/A$ .

Таким образом, для каждого из параметров  $V$  и  $c$  возможны три варианта поведения во времени (см. рис. 1.6): асимптотическое уменьшение до определенной величины (кривые 1); отсутствие изменений во времени (кривые 2); асимптотическое увеличение до определенной величины (кривые 3).

Из системы уравнений (1.6) следует также, что:

если  $V_0 = (A/K)$ , то  $V(t) = (A/K)^2$ ;

если  $c_0 = B/A$ , то  $c(t) = B/A$ .

При  $t \rightarrow \infty$ ,  $V(t) \rightarrow (A/K)^2$ ,  $c(t) \rightarrow B/A$ , т.е. каковы бы ни были начальные условия, с течением времени в емкости устанавливается постоянный объем жидкости  $V = (A/K)^2$  с постоянной концентрацией вещества  $c = B/A$ . При  $n = 1$ ,

концентрация в емкости будет такая же, как в поступающей жидкости:

$$c = B/A = c_1 Q_{v_1} / Q_{v_1} = c_1.$$

В общем случае ( $n > 1$ ) устанавливается «средневзвешенная» концентрация

$$c = B/A = \sum_{i=1}^n c_i Q_{vi} / \sum_{i=1}^n Q_{vi}. \quad (1.21)$$

Соотношение (1.21) можно использовать для расчета концентрации любого компонента СОЖ (в том числе механических примесей) на выходе из накопительной емкости по заданным значениям концентрации этого компонента во входных потоках.

### 1.2.2 Кинетика осаждения механических примесей

Процесс осаждения механических примесей, взвешенных в жидкости, достаточно хорошо изучен и успешно используется для очистки СОЖ в отстойниках [8, 9]. Несмотря на это, прогнозирование работы отстойников при их проектировании, в особенности при осаждении неоднородных взвесей, применяется недостаточно широко [10]. Это объясняется сложностью математического описания процесса осаждения, зависящего от большого числа взаимодействующих факторов: концентрации механических примесей и показателей их осаждения, характера потока внутри отстойника и др. Использование математических моделей, основанных на единственном параметре (например, времени пребывания механических примесей в отстойнике), отражает только средние показатели работы отстойника и дает лишь качественное представление о процессе [11]. Концепция вероятностного моделирования представляется более подходящей для общего описания процесса осаждения, так как она позволяет учесть колебание показателей функционирования отстойника [12].

Так как влияние формы частицы на скорость осаждения несущественно [12] при условии, что эта скорость не превышает пределов, при которых

нарушается условие ламинарности потока в очистителе, то для простоты математического описания частиц примем их форму сферической.

Пусть в емкости 1 (рис. 1.7) находится суспензия, содержащая  $N$  частиц твердой дисперсной фазы с распределением их по радиусу  $r$  и высоте  $h$  от дна емкости  $P_0(r, h)$ ; тогда:

$$\iint_{\substack{0 \leq r < \infty \\ 0 \leq h \leq H}} P_0(r, h) dr dh = 1,$$

где  $H$  - уровень суспензии в емкости, м.

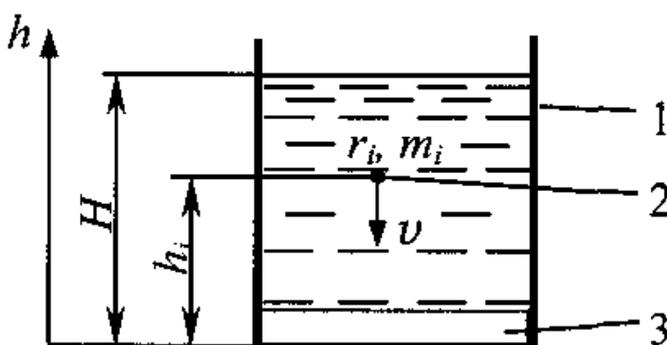


Рисунок 1.7 – Схема осаждения частиц твердой дисперсной фазы суспензии:  
1 - емкость; 2 - твердая частица; 3 - осадок из твердых частиц.

Общая масса частиц твердой дисперсной фазы суспензии

$$m = \frac{4}{3} \pi \rho N \cdot \iint_{\substack{0 \leq r < \infty \\ 0 \leq h \leq H}} r^3 P_0(r, h) dr dh, \quad (1.22)$$

где  $\rho$  - плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>.

Скорость осаждения  $v$  частиц твердой фазы найдем, используя закон Стокса для сфер:

$$mg = 6\pi\eta r v,$$

где  $\eta$  - динамическая вязкость суспензии, Пас.

Тогда:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\eta r v, \quad v = \frac{2g\rho r^2}{9\eta}$$

Или:

$$v = \chi r^2,$$

где  $\chi = 2g\rho/9\eta$  - коэффициент.

Рассмотрим распределение частиц твердой дисперсной фазы в момент времени  $t$  (рис. 1.8):

$$P(r, h, t), t \geq 0.$$

Так как скорость осаждения частиц равномерная, то получим:

$$P(r, h, t) = \begin{cases} P_0(r, h + \chi r^2 t) & \text{если } h + \chi r^2 t < H \\ 0 & \text{если } h + \chi r^2 t \geq H \end{cases}$$

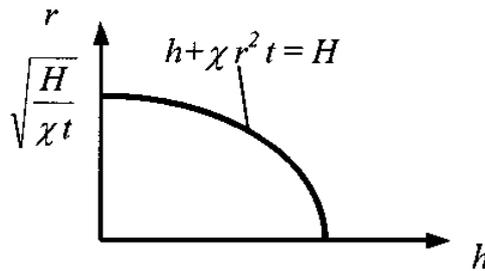


Рисунок 1.8 – Зависимость положения по высоте  $h$  в емкости частицы твердой фазы суспензии от её радиуса  $r$  в момент времени  $t \geq 0$

Подсчитаем массу частиц твердой фазы, осевших на дно емкости к моменту времени  $V$ :

$$m_0(t) = m - \frac{4}{3} \pi \rho N \iint_{h + \chi r^2 t < H} P_0(r, h + \chi r^2 t) dr dh \quad (1.23)$$

Тогда отношение массы частиц твердой фазы, осевших на дно емкости к моменту времени  $t$  (1.22), к общей массе частиц твердой фазы суспензии (1.23) (степень очистки) определяется из выражения:

$$\varepsilon(t) = m_0(t)/m \quad (1.24)$$

Или:

$$\varepsilon(t) = 1 - \frac{1}{\iint_{\substack{0 \leq r < \infty \\ 0 \leq h \leq H}} r^3 P_0(r, h) dr dh} \cdot \iint_{h + \chi r^2 t < H} P_0(r, h + \chi r^2 t) dr dh. \quad (1.25)$$

Пусть  $P_0(r, h) = P_0(r)$  - не зависит от  $h$  (условие хорошего начального перемешивания суспензии), при этом:

$$H \int_0^{\infty} P_0(r) dr = 1.$$

Тогда общая масса частиц:

$$m = \frac{4}{3} \pi \rho N \int_0^{\infty} r^3 H P_0(r) dr = \frac{4}{3} \pi \rho N H \alpha_3 ,$$

где  $\alpha_3$  - третий момент начального распределения.

Для распределения  $P(r, h, t)$  получим:

$$P(r, h, t) = \begin{cases} P_0(r), & \text{если } (h + \chi r^2 t) < H \\ 0, & \text{если } (h + \chi r^2 t) \geq H \end{cases}$$

Масса частиц  $m_0(t)$ , осевших на дно емкости к моменту времени  $t$ :

$$\begin{aligned} m(t) &= m - \frac{4}{3} \pi \rho N \cdot \iint_{h + \chi r^2 t < H} P_0(r, h, t) dr dh = \\ &= m - \frac{4}{3} \pi \rho N \int_0^{\sqrt{\frac{H}{\chi t}}} dr \int_0^{H - \chi r^2 t} r^3 P_0(r) dh = m - \frac{4}{3} \pi \rho N \int_0^{\sqrt{\frac{H}{\chi t}}} (H - \chi r^2 t) r^3 (P_0(r) dr) . \end{aligned}$$

Тогда степень очистки:

$$\varepsilon(t) = 1 - \frac{1}{\alpha_3} \int_0^{\sqrt{\frac{H}{\chi t}}} \left(1 - \frac{\chi t}{H} r^2\right) r^3 P_0(r) dr. \quad (1.26)$$

При  $t \rightarrow 0$ :

$$\varepsilon(t) \rightarrow 1 - \frac{1}{\alpha_3} \int_0^{\infty} r^3 P_0(r) dr = 0 \quad (1.27)$$

Можно считать, что  $\varepsilon(0) = 0$ . Характер изменения функции  $\varepsilon(t)$  изображен на рис. 1.9. Исследуем поведение функции  $\varepsilon(t)$  в интервале  $t \in (0, \infty)$

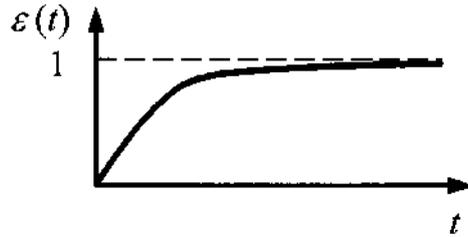


Рисунок 1.9 – Зависимость степени очистки  $\varepsilon$  от  $t$  времени

Для этого подсчитаем  $\dot{\varepsilon}(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \frac{1}{\alpha_3} \left(1 - \frac{\chi t}{H} \cdot \frac{H}{\chi t}\right) \left(\sqrt{\frac{H}{\chi t}}\right)^3 P_0\left(\sqrt{\frac{H}{\chi t}}\right) \sqrt{\frac{H}{\chi}} \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)^3 + \frac{\chi}{H\alpha_3} \int_0^{\sqrt{\frac{H}{\chi t}}} r^5 P_0(r) dr = \\ &= \frac{\chi}{H\alpha_3} \int_0^{\sqrt{\frac{H}{\chi t}}} r^5 P_0(r) dr; \end{aligned}$$

$$\dot{\varepsilon}(0) = \frac{\chi}{H\alpha_3} \int_0^{\infty} r^5 P_0(r) dr = \frac{\chi\alpha_5}{H\alpha_3},$$

где  $\alpha_5$  - пятый момент начального распределения.

Продифференцируем еще раз:

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}(t) &= \frac{\chi}{H\alpha_3} \left(\sqrt{\frac{H}{\chi t}}\right)^5 P_0\left(\sqrt{\frac{H}{\chi t}}\right) \sqrt{\frac{H}{\chi}} \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)^3 = \\ &= -\frac{\chi}{2H\alpha_3} \cdot \frac{H^3}{\chi^3} P_0\left(\sqrt{\frac{H}{\chi t}}\right) \cdot \frac{1}{t^4}; \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}(t) &= -\frac{H}{2\chi^2\alpha_3} t^{-4} \cdot P_0\left(\sqrt{\frac{H}{\chi t}}\right); \\ \varepsilon(0) &= 0; \\ \dot{\varepsilon}(0) &= \chi\alpha_5/H\alpha_3. \end{aligned}$$

Для равномерного распределения:

$$P(r) = \begin{cases} \frac{1}{H(b-a)}, & a \leq r \leq b \\ 0, & r < a, r > a \end{cases}$$

где  $a, b$  - соответственно нижняя и верхняя граница диапазона размеров частиц механических примесей, м.

Тогда:

$$\alpha_3 = \frac{1}{4H} \frac{b^4 - a^4}{b - a};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{6H} \frac{b^6 - a^6}{b - a};$$

$$\dot{\varepsilon}(0) = \frac{2\chi}{3H} \frac{b^6 - a^6}{b^4 - a^4};$$

$$t_1 = \frac{H}{\chi b^2} < t_2 = \frac{H}{\chi a^2};$$

Качественное поведение функций  $\varepsilon(t), \dot{\varepsilon}(t), \ddot{\varepsilon}(t)$  в случае равномерного распределения частиц твердой дисперсной фазы изображено на рис. 1.10.

Математические модели (1.26)-(1.27) позволяют определить массу механических примесей, удаленных из поступающих в отстойники стоков СОЖ, или же массу механических примесей, поступающих на следующую ступень очистки СОЖ.

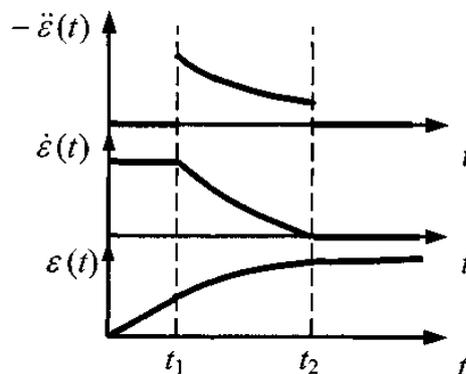


Рисунок 1.10 – Зависимость степени очистки  $\varepsilon$ , первой и второй её производных от времени осаждения  $t$  частиц твердой фазы.

Кроме того, с их помощью можно рассчитать размеры очистителя по заданной степени очистки и объемному расходу СОЖ.

### 1.2.3 Магнитная коагуляция шлифовального шлама

Как показывает практика разделения дисперсных систем, скорость осаждения (седиментации) дисперсной фазы определяется не только размером и удельным содержанием частиц, но и их взаимодействием между собой (аутогезией). В случае, когда дисперсная фаза состоит из парамагнитных и ферромагнитных частиц, взаимное притяжение частиц и интенсивность их осаждения можно усилить за счет воздействия на суспензию магнитным полем [13]. Это объясняется магнитной коагуляцией частиц шлама с образованием агрегатов, значительно превышающих по своим размерам исходные частицы. Изучение агрегатов под микроскопом ( $\times 200$ ) показало, что они имеют пористую рыхлую структуру, содержащую абразивные частицы с диамагнитными свойствами.

Исследуем кинетику осаждения в магнитном поле полидисперсных суспензий в баке-отстойнике простейшей конструкции (рис. 1.11) при ламинарном режиме осаждения  $Re < 1,85$ , характерном для течения жидкости в таких устройствах [14].

Классифицируем образующиеся агрегаты частиц следующим образом: а) агрегат, образованный объединением двух исходных частиц (частиц 1-го порядка), рассматриваем как частицу 2-го порядка определенного размера и плотности; б) агрегат, образованный включением в частицу 2-го порядка исходной частицы, - как частицу 3-го порядка и т.д.

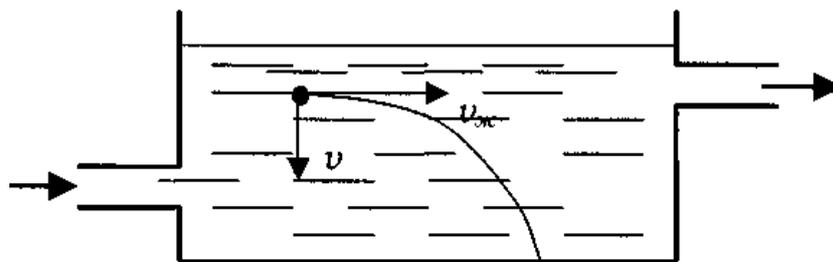


Рисунок 1.11 – Схема осаждения частиц шлама в баке-отстойнике.

Тогда кинетику осаждения полидисперсной суспензии, обработанной в магнитном поле, можно выразить уравнением ряда:

$$c_{0t} = c_{1t} + c_{2t} + \dots + c_{nt} \quad (1.28)$$

где  $c_{1t}, c_{2t}, \dots, c_{nt}$  - массовая концентрация частиц 1-го, 2-го, n-го порядков в момент времени  $t$ , кг/м<sup>3</sup>.

Число членов ряда (1.28) при бесконечном увеличении аргумента  $t$  стремится к конечному значению; при  $t \rightarrow \infty$  шлам полностью выпадает из суспензии, а значит  $c_{0t} \rightarrow 0$ . Следовательно, ряд (1.28) сходится и имеет единственное решение, а зависимость массовой концентрации  $c_o(t)$  частиц в агрегатах можно изобразить кривой 2 (рис. 1.12). Согласно [15], для коллоидных растворов вероятность образования агрегатов из частиц высоких порядков  $(n-1)$  пренебрежимо мала. Распространяя априорно данное положение на анализируемый процесс, можно изобразить  $c_t(t)$  частиц различных порядков кривыми 3-5 (см. рис. 1.12). Нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае всегда имеет место процесс независимого осаждения некоторой части исходных частиц (кривая 3, рис. 1.12).

Тогда верно выражение:

$$c'_{0t} = c_{0t} \left[ 1 - \frac{\Delta c_{0t}}{c_{0t}} \right] \quad (1.29)$$

где  $\Delta c_{0t}$  - массовая концентрация частиц шлама, ускоренно выпавших с магнитными агрегатами, кг/м<sup>3</sup>.

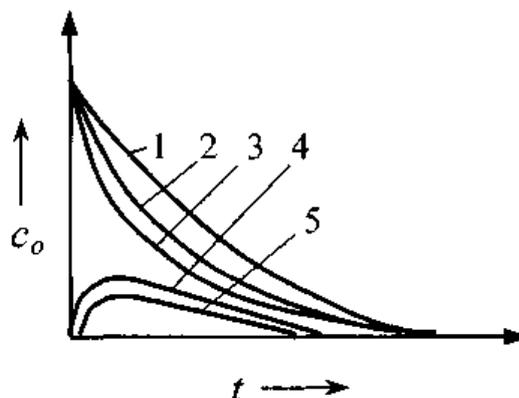


Рисунок 1.12 – Массовая концентрация осевших частиц полидисперсной суспензии:  
 1 - без магнитного воздействия; 2, 3, 4, 5 - в условиях магнитной коагуляции  
 соответственно всех частиц, частиц 1-го, 2-го и 3-го порядка.

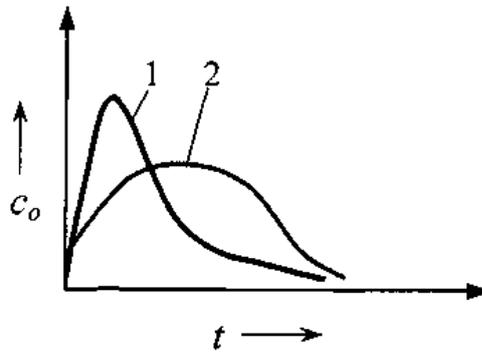


Рис. 1.13. Кинетика изменения массовой концентрации частиц шлама, ускоренно выпавших с агрегатами в осадок  $\Delta c_{ot}$  (1), и числа магнитной коагуляции  $\bar{\beta}$  (2).

Зависимость  $\Delta c_{ot}$  имеет экстремальный монотонный характер (рис. 1.13). Кинетика магнитной коагуляции при седиментации или зависимость среднего числа магнитной коагуляции от времени седиментации, отражающая силы взаимодействия частиц при магнитной коагуляции, описывается выражением

$$\bar{\beta}_t = \Delta c_{ot} / c_{ot}. \quad (1.31)$$

С целью изучения влияния на процесс магнитной коагуляции различных факторов был реализован план многофакторного эксперимента типа  $2^4$ . Из многочисленных критериев оценки эффективности процесса магнитной коагуляции в качестве параметра оптимизации приняли максимальное среднее число магнитной коагуляции  $\bar{\beta}_{max}$ , определяемое как модальное значение  $\bar{\beta}_t$ . Выбор этого параметра обусловлен следующими соображениями: возможность его количественного измерения (точность измерения  $\pm 1\%$ ); универсальность -  $\bar{\beta}_{max}$  является функцией параметров, характеризующих шлам и условия его осаждения; определенный физический смысл, так как  $\bar{\beta}_{max}$  характеризует силы взаимодействия между намагниченными частицами при седиментации.

Магнитную коагуляцию шлама исследовали фотоседиментационным способом на приборе ФЭК-56М, на крышке которого была установлена

телескопическая электромешалка. Для приготовления суспензии использовали классифицированные "отмучиванием" порошки шлифовального шлама.

На основании априорной информации и результатов однофакторного эксперимента были отобраны основные факторы, определяющие взаимодействие частиц шлама при магнитной коагуляции, и выявлены области их определения (табл. 1.5).

Таблица 1.5 – Уровни факторов и интервалы их варьирования в действительных значениях

Уровень фактора	Массовая концентрация шлама в СОЖ $c_{ш}(X_1)$ , кг/м <sup>3</sup>	Средний размер частиц шлама в СОЖ $\bar{d}_{ш} \cdot 10^{-5}(X_2)$ , м	Массовая концентрация ферромагнетиков в шламе $c_{ф}(X_3)$ , кг/м <sup>3</sup>	Средний размер частиц шлама в СОЖ $H_m \cdot 10^{-4}(X_4)$ , А/м
Основной	0,7	3,2	0,89	1,25
Верхний	1,2	3,9	0,98	2,0
Нижний	0,2	2,5	0,8	0,5
Интервал варьирования	0,5	0,7	0,09	0,75

Диапазоны ограничений выбраны, исходя из экспериментальных данных, и соответствуют реальным условиям шлифования. Загрязнение СОЖ пробами  $c_{ш}$  производили весовым методом. Содержание ферромагнетиков в шламе определяли методом сухой магнитной сепарации и подсчитывали по выражению где  $c_{ш}$ ,  $c_{фм}$  - массовая концентрация соответственно шлама и ферромагнетика в СОЖ, кг/м<sup>3</sup>.

Суспензию намагничивали с помощью магнитного аппарата МАЭ-4 [16].

Погрешности определения  $c_{ш}, a_{ш}, c_{ф}, H_m$  не превышают 5% от номинала. В результате эксперимента, расчета коэффициентов регрессии и проверки их значимости по критерию Стьюдента, получили уравнение, описывающее зависимость  $\bar{\beta}_{max}$  от перечисленных факторов:

$$\begin{aligned} \beta_{max} = & 10,77 + 6,91X_1 + 0,41X_2 + 1,45X_3 + 6,981X_4 + 0,96X_1 \cdot X_3 + \\ & h + 4,571X_1 \cdot X_4 + h1.12X_1 \cdot X_4 + 1,12X_3 \cdot X_4 + 0,69X_1 \cdot X_3 \cdot X_4, \end{aligned} \quad (1.33)$$

где  $X_1 - X_4$  кодированные значения факторов, представленных в табл. 1.6 (нижним уровням факторов соответствует значение - 1, а верхним +1).

Путем перехода от кодированных значений факторов к натуральным уравнение (1.33) привели к следующему виду:

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_{\max} = & 2,3c_{\text{ш}} + 0,06d_{\text{ш1}} - 1,7c_{\text{ф}} - 1,2H_{\text{м}} - 4,1c_{\text{ш}}c_{\text{ф}} \\ & - 6,0c_{\text{ш}}H_{\text{м}} + 2,31c_{\text{ф}}H_{\text{м}} + 20,4c_{\text{ш}}c_{\text{ф}}H_{\text{м}} - 0,12, \end{aligned} \quad (1.34)$$

Проверка по критерию Фишера показала адекватность полученной математической модели реальному процессу коагуляции.

Таблица 1.6 – Результаты полнофакторного экспериментального исследования

Массовая концентрация шлама в СОЖ $c_{\text{ш}}$ , кг/м <sup>3</sup>	Массовая концентрация ферромагнетиков в шламе $c_{\text{ф}}$ , кг/м <sup>3</sup>	Средний размер частиц шлама в СОЖ $\bar{d}_{\text{ш}} \cdot 10^{-6}$ , м	Напряженность магнитного поля $H_{\text{м}} \cdot 10^{-4}$ , А/м	Параметр $\bar{\beta}_{\max}$
0,2	0,8	25	0,5	0,98
			2,0	4,94
		39	0,5	1,8
			2,0	5,76
	0,98	25	0,5	1,10
			2,0	6,78
		39	0,5	1,92
			2,0	7,6
1,2	0,8	25	0,5	5,12
			2,0	24,60
		39	0,5	5,94
			2,0	25,42
	0,98	25	0,5	6,32
			2,0	33,04
		39	0,5	7,14
			2,0	33,86

Анализ уравнения регрессии (1.33) показывает, что по степени влияния на параметр  $\bar{\beta}_{\max}$  варьируемые факторы ранжируются следующим образом: напряженность магнитного поля  $H_{\text{м}}$  - содержание ферромагнетика в шламе  $c_{\text{ф}}$  - размер частиц шлама  $\bar{d}_{\text{ш}}$  - содержание шлама в СОЖ  $c_{\text{ш}}$ .

Так, при увеличении  $H_M$  и  $c_\phi$  в два раза параметр  $\bar{\beta}_{\max}$  увеличивается в среднем соответственно на 122 и 100%, а при таком же изменении  $\bar{d}_{ш}$  и  $c_{ш}$  величина  $\bar{\beta}_{\max}$  увеличивается в среднем соответственно на 94 и 80% (табл. 1.6).

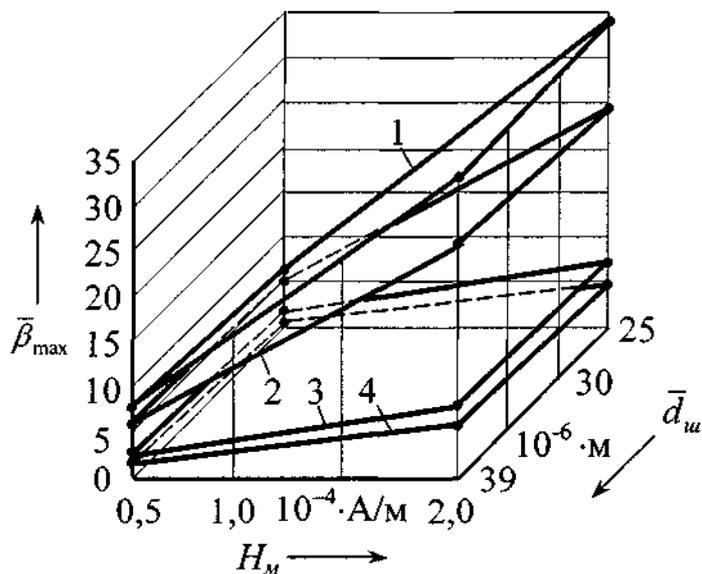


Рис. 1.14. Влияние напряженности магнитного поля  $H_M$  и среднего размера частиц шлама

$\bar{d}_{ш}$  на максимальное среднее число магнитной коагуляции

$$\bar{\beta}_{\max} : 1 - c_\phi = 0,98 \text{ кг/м}^3;$$

$$c_{ш} = 1,2 \text{ кг/м}^3; 2 - c_\phi = 0,80 \text{ кг/м}^3;$$

$$c_{ш} = 1,2 \text{ кг/м}^3; 3 - c_\phi = 0,98 \text{ кг/м}^3;$$

$$c_{ш} = 1,2 \text{ кг/м}^3; 4 - c_\phi = 0,80 \text{ кг/м}^3; c_{ш} = 0,2 \text{ кг/м}^3$$

В уравнении (1.34) прослеживается эффект взаимодействия исследуемых факторов, причем значительное отличие коэффициентов при различных сочетаниях переменных свидетельствует о неодинаковом влиянии одного из факторов на максимальное среднее число магнитной коагуляции  $\bar{\beta}_{\max}$  при различных сочетаниях других факторов.

Так, при среднем диаметре частиц шлама  $\bar{d}_{ш} = 25$  мкм, массовой концентрации шлама в СОЖ  $c_{ш} = 0,2$  кг/м<sup>3</sup> и феррочастиц в шламе

$c_{\phi} = 0,8 \text{ кг/м}^3$ , величина  $\bar{\beta}_{\max}$  изменяется с 0,98 до 4,94 (в 5 раз) при изменении  $H$  с  $0,5 \cdot 10^{-4}$  до  $2,0 \cdot 10^{-4}$  А/м. А при  $\bar{d}_{\text{ш}} = 39$  мкм и тех же условиях  $\bar{\beta}_{\max}$  изменяется с 1,80 до 5,76 (в 3,2 раза).

Поэтому графики на рис. 1.14 представляют линейные закрученные поверхности. Математическую модель (1.34) можно использовать при разработке средств очистки СОЖ и оптимизации напряженности магнитного поля при магнитной коагуляции.

### **1.3 Математическое моделирование процессов фильтрования СОЖ в самоочищающихся фильтрах**

#### **1.3.1 Фильтрование СОЖ через слой шлама, накапливающегося на фильтровальном полотне**

Прогрессивной технологией очистки оборотных СОЖ от механических примесей является фильтрование в самоочищающихся фильтрах [17] через движущееся фильтровальное полотно и накапливающийся на нем слой шлама. Для оптимизации конструктивных параметров и назначения рационального режима эксплуатации самоочищающегося фильтра необходимо разработать математические модели фильтрования СОЖ, связывающие эти параметры с основными техническими характеристиками фильтра (степень очистки, производительность и др.).

Рассмотрим процесс фильтрования СОЖ через фильтровальное полотно и слой шлама, накапливающийся на его поверхности. Объемный расход СОЖ через фильтр  $Q_v(t)$  определяется выражением:

$$\frac{dQ_v(t)}{dt} = v_{\text{ж}} \frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{\Delta p}{\eta(R_{\text{oc}} + R_{\phi})} \quad (1.35)$$

где  $v_{\text{ж}}$  - скорость течения СОЖ через слой осадка, м/с;

$S$  - суммарная площадь пор,  $\text{м}^2$ ;  $t$  - время фильтрования, с;

$\Delta p$  - разность давления на границах фильтровального полотна, Па;

$R_{oc}$  - сопротивление слоя осадка, с/м<sup>3</sup>;

$R_{\phi}$  - сопротивление фильтровального полотна, с/м<sup>3</sup>.

Считаем  $v_{ж} = const$ , что справедливо в определенном диапазоне размеров пор, обеспечивающих ламинарное течение жидкости, и зависит только от изменения их общей площади [18,19].

Процесс структурирования осадка шлама во времени происходит следующим образом. На чистое фильтровальное полотно подают загрязненную СОЖ. Частицы шлама оседают на фильтровальном полотне. С течением времени слой осадка непрерывно растет, количество пор асимптотически увеличивается, а их размеры убывают (рис. 1.15, кривые 1 и 2). При этом площадь образующихся ячеек вторичного фильтровального слоя также является асимптотически убывающей функцией (см. рис. 1.15, кривая 3).

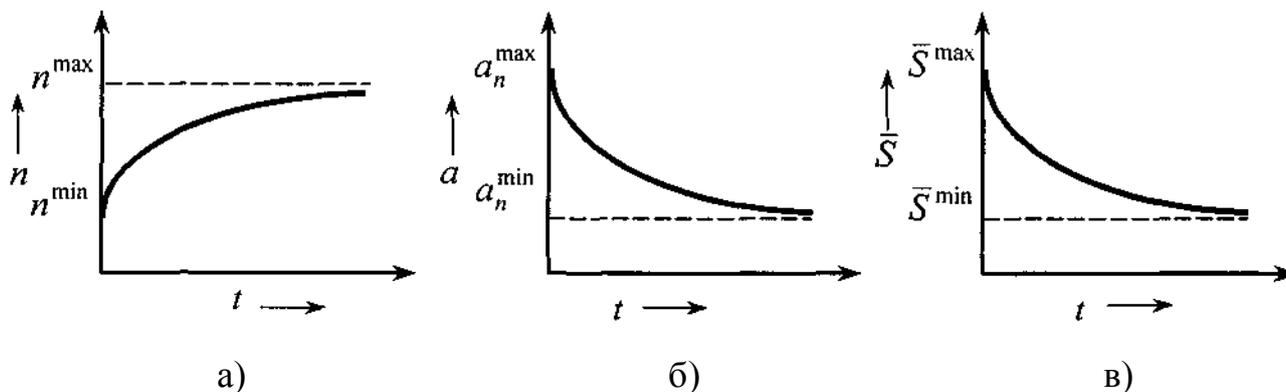


Рисунок 1.15 – Изменение количества  $n$  (а), размера  $a_n$  (б) и площади пор  $\bar{S}$  (в) во времени  $t$

Процесс фильтрации с образованием вторичного фильтровального слоя состоит из двух стадий.

На первой стадии происходит интенсивное образование слоя осадка, что приводит к резкому увеличению степени очистки  $\varepsilon$  и снижению производительности процесса фильтрации.

Вторая стадия характеризуется достаточной стабильностью фильтрования (изменение величин  $\varepsilon$ ,  $v_{ж}$ ,  $Q_v$  во времени незначительно) через уже сформировавшийся вторичный фильтровальный слой

Определим степень очистки СОЖ по формуле [19]:

$$\varepsilon = \frac{\lg(a_p/\bar{a})}{\sqrt{\lg^2 \sigma_p + \lg^2 \sigma}} \quad (1.36)$$

где  $\bar{a}$ ,  $\sigma$  - параметры функции распределения частиц шлама в очищаемой СОЖ по размерам;

$a_p \sigma_p$  - параметры распределения вероятности удаления частиц шлама (степени очистки) по их размерам для фильтрующего осадка.

Параметры  $a_p \sigma_p$  являются функциями размера пор  $a_n$  в слое шлама, который, в свою очередь, зависит от параметров  $a$  и  $\sigma$ , формы частиц шлама в фильтруемой СОЖ, структуры образующегося осадка, формы пор, сил адгезии частиц шлама.

Так как  $a_n$  зависит от времени  $a_n = a_n(t)$ , определим степень очистки как функцию времени  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ :

$$\varepsilon(t) = 1 - ae^{-\xi t} \quad (1.37)$$

где  $a$  - величина, характеризующая степень очистки  $\varepsilon_0$  на чистом фильтровальном полотне  $\varepsilon_0 = 1 - a$ .

Определим  $\xi$  из условия неподвижности фильтровального полотна. При этом имеем ряд предполагаемых экспериментальных точек  $(\varepsilon_i, t_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  ( $n$  - количество пор).

Прологарифмировав левую и правую части уравнения (1.37), получим:

$$\xi = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\ln\left(\frac{1-\varepsilon_i}{a_i}\right)}{t_i} \quad (1.38)$$

Аналогичным образом определим производительность фильтрования во времени:

$$Q_v(t) = ve^{-\lambda t} \quad (1.39)$$

где  $v$  — параметр, характеризующий значения скорости и производительности фильтрования при чистом фильтровальном полотне;

$\lambda$  - экспериментальная константа.

Тогда:

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\ln Q_{vi} - \ln v}{t_i} \quad (1.40)$$

Известно, что ленточные фильтры имеют фильтровальные ванны различной формы (в продольном и поперечном сечениях), образующиеся либо за счет провисания фильтровального полотна под массой осевшего на них шлама (цепная линия или парабола), либо за счет конструктивных элементов фильтров, например, натяжных роликов (треугольная или трапецеидальная).

Определим значения средней степени очистки  $\varepsilon$  и производительности фильтра  $Q_v$  для продольного сечения фильтровальных ванн (для поперечного сечения расчет аналогичен).

Среднюю степень очистки фильтра определим из выражения

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} \varepsilon(S) dS, \quad (1.41)$$

$$\ell = \int_0^{x_0} \sqrt{1 + f^{1/2}(x)} dx$$

$\ell$  - длина полотна в продольном сечении фильтровальной ванны, м;

$y = f(x)$  - уравнение, описывающее форму фильтровального полотна;

$S$  - координата элементарного участка фильтровального полотна  $\Delta S$ , м;

$x_0$  - длина фильтровальной ванны, м.

Математическая модель степени очистки  $\varepsilon$ , с учетом зависимостей (1.37) и (1.41), примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\varepsilon}(t) = \frac{1}{\ell} \int_0^1 \varepsilon(t_1(S)) dS; \\ t_1 = t_1(S); \\ S = \int_{t-t_1}^t v(\psi) d\psi, \end{array} \right. \quad (1.42)$$

где  $\psi$  - переменная интегрирования.

Степень очистки  $\bar{\varepsilon}$  при  $v(t) = v_0 = \text{const}$ , когда фильтровальное полотно движется с постоянной скоростью, определяется выражением:

$$\bar{\varepsilon} = 1 - \frac{av_0}{\zeta\xi \cdot \ell} (1 - e^{-\frac{\zeta\xi \cdot \ell}{v_0}}) \quad (1.43)$$

При  $\varepsilon_{0 \rightarrow 0}$ ,  $e^{-\frac{\zeta\xi \cdot \ell}{v_0}} \rightarrow 0$  средняя степень очистки:

$$\bar{\varepsilon} = 1 - \frac{av_0}{\zeta\xi \cdot \ell} + O(v_0),$$

где  $O(v_0)$  - величина, бесконечно малая по сравнению с  $v_0$ .

При этом  $\lim_{v_0 \rightarrow 0} \bar{\varepsilon}(t) = 1$ , т.е. вероятность удаления шлама из СОЖ

стремится к единице. При больших значениях  $v_0$  разложим  $e^{-\zeta\xi \cdot \ell / v_0}$  в ряд Тейлора:

$$\bar{\varepsilon} \approx (1 - a) + \frac{a}{\ell} \left( \frac{\zeta\xi \cdot \ell}{v_0} \right).$$

В этом случае на поверхности фильтровального полотна не успевает образоваться значительный слой осадка шлама, значение  $\bar{\varepsilon}$  стремится к величине  $(1 - a)$ , характеризующей процесс фильтрования на чистом фильтровальном полотне. Скорость  $v_0$  найдем графически. Обозначим  $z = \xi \cdot \ell / v_0$  и, подставив его в уравнение (1.43), найдем решение уравнения

(1.43) как точку пересечения  $z^*$  графиков функций  $f_1(z) = e^{-z}$  и  $f_2(z) = 1 + z(\bar{\varepsilon} - 1)/a$  (рис. 1.16).

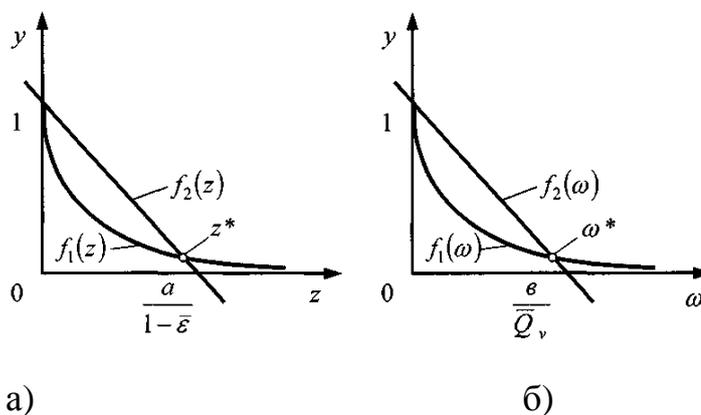


Рисунок 1.16 – Графический метод определения скорости  $v_0$  движения фильтровального полотна по заданным значениям средней степени очистки  $\bar{\varepsilon}$  (а) и средней производительности  $\bar{Q}_v$  (б).

Тогда скорость движения фильтровального полотна:

$$v_0 = \xi \cdot \ell / z^* . \quad (1.44)$$

Аналогичным образом определим среднюю производительность участка фильтровального полотна  $Q_v$  с элементарной площадью при постоянной скорости движения полотна  $v_0$ :

$$\bar{Q}_v = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} Q_v(S) dS. \quad (1.45)$$

Подставив в (1.44) зависимость (1.39), с учетом (1.42) и  $\omega = \ell\lambda/v_0$ , получим:

$$\bar{Q}_v = \frac{B}{\omega} (1 - \varepsilon^{-\omega}). \quad (1.46)$$

При малых  $v_0$  ( $\varepsilon^{-\omega} \ll 1$ ) значение  $Q_v$  стремится к нулю вследствие образования значительного по толщине слоя осадка:

$$\bar{Q}_v = \frac{B}{\omega} + \dots = \frac{Bv_0}{\lambda\ell} + \dots$$

При больших скоростях  $v_0$  значение  $\bar{Q}_v$  стремится к величине  $v$ , характеризующей производительность фильтра при чистом фильтровальном полотне:

$$\bar{Q}_v = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda \ell}{v_0} + \dots\right)$$

Искомое значение  $\omega^*$  найдем графически, как координату точки пересечения функций  $f_1(\omega) = \varepsilon^\omega$  и  $f_2(\omega) = 1 - (Q_v/vv)\omega$  (см. рис.1.16), соответствующее значение  $v_0$ :

$$v_0 = \lambda \cdot l / \omega^* \quad (1.47)$$

Следует отметить, что значения средней степени очистки  $\bar{\varepsilon}$  и производительности фильтра  $\bar{Q}_v$  зависят не отдельно от  $\ell$  и  $v_0$ , но от их отношения  $\ell/v_0$ . Поэтому, если необходимо поддерживать значения  $\bar{\varepsilon}$  и  $\bar{Q}_v$  на заданном уровне, то следует сохранять постоянство заданного значения  $\ell/v_0$ , при этом абсолютные значения  $\ell$  и  $v_0$  могут быть какими угодно (в разумных пределах). Математические модели  $\bar{\varepsilon}$  и  $\bar{Q}_v$  позволяют решать задачи анализа и синтеза. Первая задача сводится к определению множества сочетаний значений  $\ell$  и  $v_0$  при заданных значениях  $\varepsilon, \zeta, \xi$  и  $a$ . Задача синтеза сводится к подбору характеристики фильтровального полотна  $a$  при заданных значениях  $\varepsilon, \zeta, \xi, \ell$  и  $v_0$ .

Для решения поставленных задач построим номограмму определения величины  $z$ . Решив уравнение (1.43) методом Ньютона [20] для различных сочетаний  $a$  и  $\varepsilon$ , получим множество соответствующих им значений  $\{z_1, \dots, z_n\}$ .

Прямая, проходящая через точки с координатами  $(0;1)$  и  $(\bar{Q}_v, \bar{\varepsilon})$ , характеризует множество сочетаний  $a$  и  $\varepsilon$ , для которых  $z$  является величиной постоянной. Получив значение  $z^*$ , можно по уравнению (1.44) найти множество величин  $\ell/v_0$  для каждой пары выбранных  $a$  и  $\varepsilon$ . Отложив найденные значения  $z$  на

вертикальной оси совместно с координатной сеткой  $\varepsilon$ - $a$ , получим интересующую нас номограмму (рис. 1.17).

Задачу анализа решим следующим образом: используя экспериментальную зависимость  $\varepsilon_1(t_1)$ , по уравнению (1.38) найдем константу  $\xi$ , характеризующую процесс фильтрования СОЖ во времени; выберем фильтровальное полотно, характеризующееся величиной  $a$ , и зададим необходимую степень очистки  $\varepsilon$ .

Найдем на рис. 1.17 точку пересечения  $a$  и  $\varepsilon$  (например,  $a = 0,65$ ;  $\varepsilon = 0,75$ ); проведем через точки с координатами  $(0; 1)$ ,  $(0,65; 0,75)$  прямую и найдем на оси  $0z$  значение  $z^* = 2,35$ . Подставив его в уравнение (1.44), найдем для конкретного значения  $\xi$  множество сочетаний величин  $l$  и  $v_0$ , обеспечивающих заданную степень очистки  $\varepsilon = 0,75$ .

Решение задачи синтеза состоит в следующем. Решив уравнение (1.44), найдем для заданных значений  $\varepsilon$ ,  $v_0$ ,  $\xi$  единственное значение  $z^*$ . Проведем через точки  $(0; 1)$  и  $(0; z^*)$  прямую. Тогда заданному значению  $\varepsilon$  на этой прямой будет соответствовать единственное значение  $a$ . Однако для полученных величин  $a$  и  $\varepsilon$  заданные значения  $l$  и  $v_0$  не являются единственным, а лишь частным решением уравнения (1.43) (см. задачу анализа).

На рис. 1.17 номограмма имеет область, где нет решений уравнения (1.43).

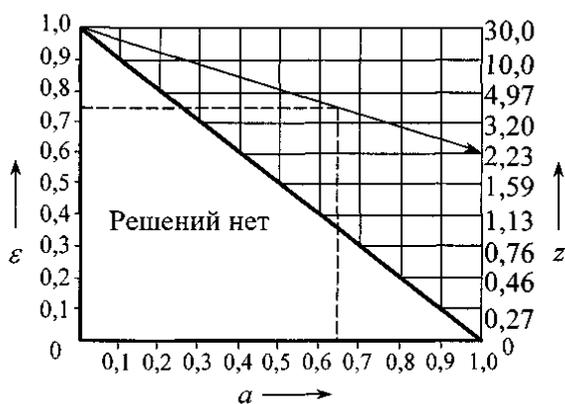


Рисунок 1.17 – Номограмма для определения величины  $z$ .

Это объясняется тем, что на фильтровальном полотне с характеристикой  $\alpha$  нельзя получить степень очистки менее чем  $\varepsilon = 1 - \alpha$ , что соответствует началу процесса фильтрования, а вследствие образования осадка с течением времени величина  $\varepsilon$  будет больше величины  $(1 - \alpha)$ .

Таким образом, полученные математические модели процесса фильтрования СОЖ в ленточных фильтрах позволяют рассчитать для заданных значений степени очистки  $\varepsilon$  и производительности  $Q_v$  габариты фильтра, скорость движения фильтровального полотна, выбрать фильтровальный материал.

### **1.3.2 Грануляция шлама на поверхности фильтровального полотна**

С целью выявления эффективности удаления шлама в самоочищающихся фильтровальных установках для очистки СОЖ необходимо разработать математическую модель грануляции шлама на поверхности полотна, определить условия, необходимые для протекания процесса грануляции, а также подобрать оптимальные режимы работы устройства удаления шлама с поверхности полотна.

Экспериментально доказано [21-23], что осевший на поверхность фильтровального полотна шлам может гранулироваться при воздействии на него рабочего тела, например, капроновой щетки. Процесс грануляции шлама происходит следующим образом (рис. 1.18). Щетка 1, двигаясь возвратно-поступательно вдоль фильтровального полотна, внедряется на определенную глубину в слой осевшего на полотно 3 шлама 2 (см. рис. 1.18, а) и сдвигает поверхностные слои шлама. В результате отдельные стружки сцепляются между собой и, прокатываясь по поверхности осадка, образуют гранулы шлама 5 длиной примерно (2 - 3) мм (см. рис. 1.18, б). Двигаясь в обратном направлении, щетка 1 завершает процесс грануляции оставшегося осадка шлама 4, одновременно происходит укрупнение гранул 5 шлама в гранулы 6 длиной (3 - 5) мм (см. рис. 1.18, в). Дальнейшие возвратно-поступательные движения щетки позволяют укрупнять гранулы 5 и 6 до гранул 7 длиной более 3 мм (см. рис. 1.18, г). В результате на полотне 3 будет находиться уже не слой

шлама 2, а определенное число достаточно больших гранул, которые нетрудно удалить с поверхности полотна тем или иным способом. Процесс грануляции протекает особенно эффективно при наличии в СОЖ масляной составляющей и при массовой доле металлической стружки в шламе более 60 %.

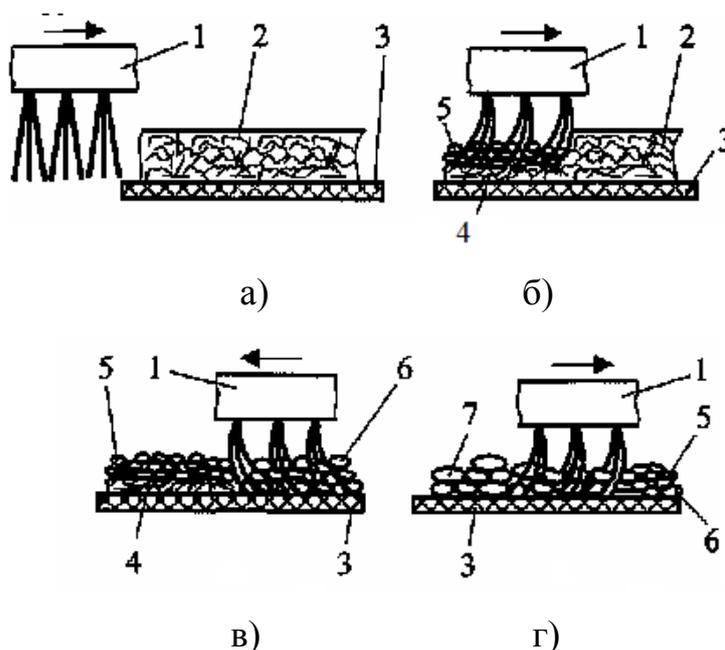


Рисунок 1.18 – Схема процесса грануляции шлама

Предположим, что рабочее тело, осуществляющее грануляцию шлама, выполнено в виде пластины, каждая точка которой представляет собой элементарный гранулятор. При этом элементарные грануляторы расположены на пластине рядами. На выходе из каждого элементарного гранулятора имеются как образовавшиеся гранулы (числом  $n_m$ ), так и несгранулированные частицы (рис. 1.19).

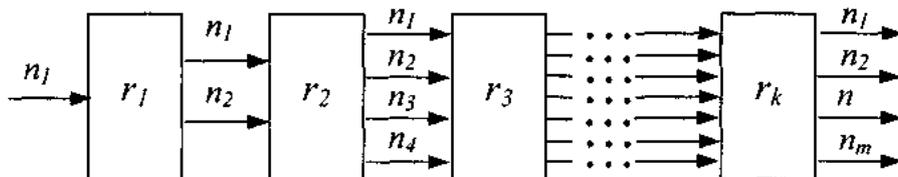


Рисунок 1.19 – Блок-схема процесса грануляции шлама

Предположим также, что вероятность образования сложных агрегатов порядка  $n_m$  мала. Тогда гранулы будут образовываться из двух частиц на первом элементарном грануляторе, из четырех - на втором, из восьми - на третьем и т.д.

Рассмотрим отдельно взятый элементарный гранулятор и применим для него уравнение кинетики коагуляции М.Ф. Смолуховского [25]:

$$-\frac{dn}{dt_k} = K \cdot n^2 \quad (1.48)$$

где  $K$  - константа скорости коагуляции, учитывающая силы взаимодействия между частицами;

$n$  - число частиц в единице объема, шт/м<sup>3</sup>;

$t_k$  - время коагуляции, с.

Это обосновывается тем, что процесс грануляции стружки аналогичен процессу коагуляции, наблюдаемому в различных коллоидных системах. При этом, если коагуляция происходит в результате силового взаимодействия между частицами, то грануляция является следствием сложной формы стружек. Поэтому при математическом описании процесса грануляции можно использовать уравнения кинетики коагуляции после их уточнения в связи с особенностями процесса грануляции.

Константу скорости коагуляции  $K$  заменим на коэффициент скорости грануляции  $a_r^2$ . В процессе грануляции, в отличие от коллоидного раствора, число первоначальных частиц изменяется. Поэтому в уравнение введем ещё один член  $\beta_r^2$ , который характеризует скорость подачи частиц осевшего шлама в зону грануляции. Уравнение (1.48) примет вид:

$$\frac{dn}{dt_r} = -a_r^2 \cdot n^2 + \beta_r^2 \quad (1.49)$$

где  $t_z$  - время грануляции, с.

После интегрирования получим:

$$\begin{aligned}
\int_0^n \frac{dn}{n^2 (\beta_r/a_r)} &= -a_r^2 \int dt_r; \\
\frac{1}{2a_r\beta_r} \ln \left| \frac{a_r n + \beta_r}{a_r n - \beta_r} \right| &= t_r; \\
\frac{1}{2a_r\beta_r} \operatorname{arctg} \frac{a_r n}{\beta_r} &= t_r; \\
n(t) &= \frac{\beta_r}{a_r} \operatorname{th}(a_r \beta_r t_r).
\end{aligned}
\tag{1.50}$$

Графическая интерпретация уравнения (1.50) представлена на рис. 1.20, из которого видно, что количество одиночных частиц уменьшается на некоторую величину  $n_r$ , которая определяет количество сгранулированных частиц на поверхности фильтровального полотна. Таким образом, можно получить степень грануляции шлама  $\varepsilon_r$  и оценить тем самым эффективность работы механизма грануляции, осуществляющего этот процесс:

$$\varepsilon_0 = \frac{n_0 - n_r}{n_0}
\tag{1.51}$$

где  $n_0$  - число единичных частиц шлама;

$n_r$  число сгранулированных частиц шлама.

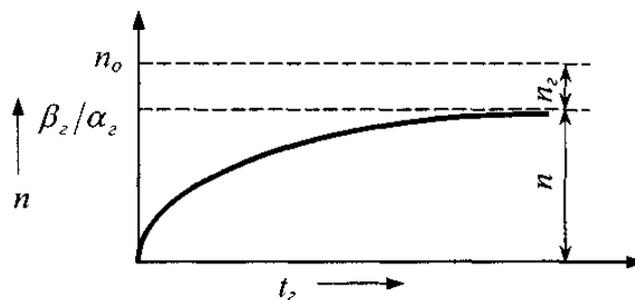


Рисунок 1.20 – Зависимость числа частиц и гранул шлама  $n$  от времени гранулирования  $t_r$

Ранее предполагали, что элементарные грануляторы расположены на рабочем теле, гранулирующем шлам рядами. Если регенерируемое

фильтровальное полотно движется в направлении расположения рядов (от первого ряда ко второму и т.д. к последующему), то для каждого последующего ряда грануляторов число отдельных частиц будет уменьшаться в  $a_r/\beta_r$  раз. При этом количество отдельных частиц, составляющих осадок шлама, в процессе грануляции убывает, приближаясь к какому-то значению (рис. 1.21), характеризующему число частиц, которые по каким-либо причинам (например, вследствие своей сферической формы) не могут сцепляться друг с другом. Количество образовавшихся гранул зависит от того, какое число частиц может «сцепиться» друг с другом. А это в свою очередь зависит от условий механической обработки заготовки, которые определяют форму и размеры стружек, их сцепляемость друг с другом.

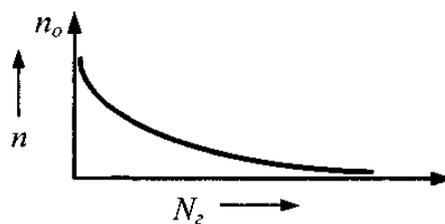


Рисунок 1.21 – Зависимость количества отдельных частиц шлама  $n$  на элементарном грануляторе от его номера  $N_r$

Модель (1.50) применима, если известен коэффициент грануляции  $a_r$ , характеризующий скорость грануляции при фиксированных значениях загрязненности СОЖ, скорости движения и марки фильтровального полотна, типа СОЖ, размеров зоны фильтрования и т.д. Разработка методик определения  $a_r$ ,  $\beta_r$ ,  $n_0$ ,  $n_r$  позволит достаточно строго описать процесс грануляции шлифовального шлама.

Экспериментальные исследования процесса грануляции шлама, осевшего на поверхности фильтровального полотна, провели на специально спроектированной и изготовленной установке. В качестве фильтровального полотна использовали капроновую ткань для сит с размером ячеек 50x90, 150x150, 200x200, 400x400, 600x600мкм.

Загрязненную СОЖ на фильтровальное полотно подавали с круглошлифовального станка ЗБ151, на котором обрабатывали заготовки из стали 45, HRC 40...45 кругом характеристики 24A25НСМ17К5. Рабочая скорость круга составляла 35 м/с; скорость врезной подачи круга - 0,4; 0,6; 0,9 мм/мин, а окружная скорость заготовки - 25 м/мин. В качестве СОЖ использовали 5%-ную эмульсию Укринол-1 и 5%-ный раствор продукта Аквопол-1. Эффективность процесса грануляции оценивали следующими показателями: количество образовавшихся гранул  $\alpha$ ; скорость врезной подачи круга  $v_s$ ; площадь ячейки фильтровального полотна  $S_{я}$ .

Установлено, что количество образовавшихся гранул  $\alpha$  зависит от площади ячейки фильтровального полотна  $S_{я}$  (рис. 1.22). Значение  $\alpha$  при фильтровании СОЖ Укринол-1 несколько больше, чем при фильтровании СОЖ Аквопол-1. Это, вероятно, объясняется большим процентным содержанием в эмульсионной СОЖ Укринол-1 масляной фазы, чем в полусинтетической СОЖ Аквопол-1.

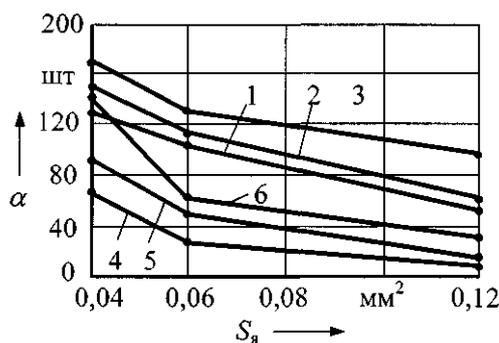


Рисунок 1.22 – Зависимость количества образовавшихся гранул  $\alpha$  от площади ячейки фильтровального полотна  $S_{я}$ : 1, 2, 3 - СОЖ Укринол-1; 4, 5, 6 - СОЖ Аквопол-1;

1, 4 -  $v_s=0,4$  мм/мин; 2,5 -  $v_s=0,6$  мм/мин; 3, 6 -  $v_s=0,9$  мм/мин.

Изменение скорости врезной подачи  $v_s$  приводит к изменению формы и размеров стружек, изменению интенсивности износа шлифовального круга, следовательно, и процентного содержания абразивных частиц в шламе. Поэтому изменение  $v_s$  с 0,6 до 0,9 м/мин приводит к колебаниям значений  $\alpha$  в пределах (50 - 60) % для СОЖ Аквопол-1 и (20 - 50) % для СОЖ Укринол-1. Меньший диапазон колебаний  $\alpha$  при использовании эмульсионной СОЖ

объясняется повышенной сцепляемостью стружек при наличии в жидкости большего процента масляной фазы.

Полученные экспериментальные зависимости позволяют оценить влияние конкретных условий шлифования заготовок (режима шлифования, состава СОЖ и т.д.) на процесс грануляции шлама, а также определить наиболее эффективный цикл работы устройства, осуществляющего удаление шлифовального шлама с фильтровального полотна при различных условиях шлифования. Полученные результаты были использованы при проектировании самоочищающихся фильтровальных установок для очистки СОЖ [26].

#### **1.4 Стабильность процесса очистки СОЖ при абразивной обработке**

Одной из основных причин, влияющих на качество шлифованных поверхностей детали или заготовки, является загрязнение СОЖ механическими примесями [27]. Стабильность чистоты СОЖ зависит от закономерностей работы очистителей, производящих очистку жидкости от шлифовального шлама, который неизбежно загрязняет её при эксплуатации технологической системы. Шлифовальный шлам состоит преимущественно из мелкой металлической стружки размером 5-150мкм, частиц абразива и связки круга размерами 20-250мкм, причем на долю металлических частиц приходится 80-98% от всей массы шлама [28,29,30]. Известно также, что вероятность удаления частиц шлама в очистителе существенно зависит от их размера [31].

Учитывая изложенное, прогнозирование степени очистки СОЖ в очистительных устройствах является актуальной научно-технической задачей.

Важнейшей характеристикой очистителя, определяющей качество очистки СОЖ, является степень очистки  $\varepsilon$ , оценивающая относительную долю удаленного шлама в общей его массе:

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{my}}}{Q_{\text{mu}}} = \frac{Q_{\text{mu}} - Q_{\text{mo}}}{Q_{\text{mu}}} = 1 - \frac{Q_{\text{mo}}}{Q_{\text{mu}}}, \quad (1.52)$$

где  $Q_{\text{my}}$  - масса шлама, удаляемого из СОЖ в единицу времени, кг/с;

$Q_{m0}$  - масса шлама, поступающего в очиститель вместе с загрязненной СОЖ в единицу времени, кг/с;

$Q_{m0}$  - масса шлама, выходящего из очистителя вместе с очищенной СОЖ в единицу времени, кг/с.

Если представить  $Q_{m0}$ ,  $Q_{m0}$  в виде произведения объемного расхода СОЖ  $Q_{vu}$ ,  $Q_{vo}$  соответствующего потока на массовую концентрацию в нем шлама, то уравнение (1.52) примет следующий вид:

$$\varepsilon = \frac{c_u Q_{vu} - c_0 Q_{v0}}{c_u Q_{vu}} = 1 - \frac{c_0 Q_{v0}}{c_u Q_{vu}}, \quad (1.53)$$

где  $Q_{vu}$  - объемный расход СОЖ на входе очистителя, м<sup>3</sup>/с;

$Q_{vo}$  - объемный расход СОЖ на выходе очистителя (производительность очистки), м<sup>3</sup>/с;

$c_u, c_0$  - массовая концентрация механических примесей в СОЖ соответственно до и после очистки, кг/м<sup>3</sup>.

Обозначим  $Q_{vy}/Q_{vu}$  через  $a_{v0}$ ,  $Q_{v0}/Q_{vu}$  через  $(1 - a_0)$ , где  $Q_{vy}$  - объемный расход удаляемого шлама, м<sup>3</sup>/с;  $a_0$  - коэффициент отхода СОЖ со шламом. Тогда:

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_{m0}}{Q_{m0}} (1 - a_0). \quad (1.54)$$

Среднее число частиц шлама, поступивших в очиститель и оставшихся в единице объема СОЖ, обозначим соответственно  $N_u$  и  $N_0$ .

Предположим, что частица шлама, поступающая в очиститель и имеющая размер (например, диаметр)  $x$ , удаляется с вероятностью  $F(x)$ . Тогда график, характеризующий работу очистителя, можно представить в виде, показанном на рис. 1.23. Заменяем величины  $Q_{m0}$  и  $Q_{m0}$  соответственно на  $N_0$  и  $N_u$ , а также учтем, что степень очистки  $\varepsilon$  определяется вероятностью  $F$  удаления из СОЖ частиц размера  $x$ .

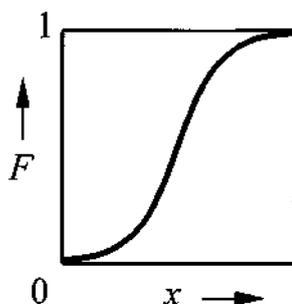


Рисунок 1.23 – Функция  $F(x)$  распределения вероятности удаления частиц шлама из СОЖ в зависимости от их размеров  $x$  [24].

Тогда:

$$F = 1 - \frac{N_0(1 - \alpha_0)}{N_u}; \quad (1.55)$$

или

$$N_0 = N_u \frac{(1 - F)}{(1 - \alpha_0)}$$

$$N_0 = N_u \frac{q}{(1 - \alpha_0)},$$

где  $q$  - вероятность того, что частица останется в СОЖ.

После того, как жидкость в системе совершит один оборот (цикл), число частиц данной фракции в единице объема будет равно

$$N_u^1 = \frac{Q_{vu}N_u + Q_{v0} \frac{N_u q}{(1 - \alpha_0)}}{Q_{vu}} = N_u (1 - q).$$

После второго цикла число частиц на входе в очиститель составит Аналогично, после  $n$ -го цикла

$$N_u^n = N_u (1 + q + q^2 + \dots + q^n) = N_u \frac{(1 - q^{n+1})}{(1 - q)}. \quad (1.56)$$

$$N_u^2 = \frac{Q_{vu}N_u + Q_{v0} \frac{(1 - q)}{(1 - \alpha_0)} N_u q}{Q_{vu}} = N_u (1 + q + q^2).$$

Так как размер частиц шлама является случайной величиной и имеет нормально-логарифмическое распределение, то плотность распределения:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} \cdot e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}}$$

где  $a$  и  $\sigma$  - соответственно среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение параметра  $l$  з  $ч$ .

Среднее число частиц в единице объема СОЖ, размеры которых находятся в интервале  $[x, x + \Delta x]$ ,

$$N_{\Delta x} = N \int_x^{x+\Delta x} p(x) dx, \quad (1.57)$$

где  $N$  - среднее число частиц, поступающих со станка в единице объема СОЖ за первый цикл.

Число частиц, поступающих в очиститель на  $n$ -ом цикле и имеющих размеры от  $[x, x + \Delta x]$ , определяется выражением:

$$N_{\Delta x}^n = N \int_x^{x+\Delta x} \frac{1 - q^{n+1}(x)}{1 - q(x)} p(x) dx. \quad (1.58)$$

Тогда общее число частиц, входящих в очиститель на  $n$ -ом цикле в единице объема СОЖ, равно:

$$N_u^n = N \int_x^\infty \frac{1 - q^{n+1}(x)}{1 - q(x)} p(x) dx = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_x^\infty \frac{1 - q^{n+1}(x)}{1 - q(x)} e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (1.59)$$

Аналогично получим, что число частиц, остающихся в очистителе и удаленных из СОЖ на  $n$ -ом цикле, определяется зависимостями:

$$N_0^n = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma(1 - \alpha_0)}} \int_x^\infty \frac{q(x) - q^{n+2}(x)}{xp(x)} e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (1.60)$$

$$N_u^n = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma\alpha_0}} \int_x^\infty \frac{1 - q^{n+1}(x)}{p(x)} e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (1.61)$$

С учетом выражений (1.60), (1.61) найдем массовую концентрацию шлама в СОЖ до и после очистки:

$$c_y^n = \frac{\rho N}{6\sigma\alpha_0} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_x^\infty x [1 - q^{n+1}(x)] e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (1.62)$$

$$c_u^n = \rho \frac{N}{6\sigma} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_x^\infty \frac{1 - q^{n+1}(x)}{p(x)} x^2 e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (1.63)$$

$$c_0^n = \frac{cN}{6\sigma\sigma(-\alpha_0)} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_x^\infty \frac{q(x) - q^{n+2}(x)}{p(x)} x e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (1.64)$$

Определим степень очистки, используя уравнение (1.52):

$$\varepsilon^n = \frac{\int_x^\infty x^2 [1 - q^n(x)] e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx}{\int_x^\infty x^2 [(1 - q^{n+1}(x))/p(x)] e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx}. \quad (1.65)$$

Тогда при числе циклов, стремящемся к бесконечности, т.е. при работе очистителя в установившемся режиме, степень очистки определяется зависимостью:

$$\varepsilon^\infty = \frac{\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx}{\int_0^\infty x^2 / p(x) e^{-\frac{(\ln x - \bar{a})^2}{2\sigma^2}} dx} \quad (1.66)$$

Все вышеизложенное касается очистки СОЖ в отдельных очистителях. Однако, в большинстве случаев системы очистки, особенно групповые и централизованные, состоят из нескольких очистителей, соединенных последовательно.

Выразим параметры  $(1 - a_0)$  и  $q$  системы очистки, включающей несколько очистителей, через параметры  $(1 - a_0)_i$  и  $q_{oi}$  отдельных очистителей. Тогда:

$$q = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n, \quad (1 - \alpha_0) = (1 - \alpha_{01}) \cdot \dots \cdot (1 - \alpha_{0n}) \quad (1.67)$$

В качестве примера рассмотрим работу двух фильтров для очистки СОЖ с размерами ячеек фильтровальной сетки 50x50 мкм и 100x100 мкм. Функции распределения вероятности удаления частиц шлама в исследуемых фильтрах получали экспериментально (рис. 1.24).

В качестве СОЖ использовали 3%-ную эмульсию Укринол-1. Плотность распределения частиц шлама по размерам определяли по результатам гранулометрического анализа шлама (рис. 1.25), образующегося при круглом наружном врезном шлифовании образцов из стали 45, HRC 40 ... 45, кругом 24A25НСМ17К5. Рабочая скорость круга составляла 50 м/с; окружная скорость заготовки  $v_3$  - 50 м/мин; скорость врезной подачи круга  $v_s$  - 0,9 и 1,5 мм/мин.

При моделировании работы фильтров использовали зависимости (1.60), (1.64) - (1.66). Значение коэффициента удаления СОЖ со шламом  $a_0$  приняли равным 0,05 (5 % от общего объёма СОЖ в технологической системе) [32].

Установлено, что зависимость  $c_0$  от времени носит экспоненциальный монотонно возрастающий характер. Причем, чем более интенсивно возрастает вероятность удаления частиц шлама по мере увеличения их размеров, тем меньше остаточная концентрация шлама в СОЖ  $c_0$  и интенсивность её увеличения во времени (рис. 1.26).

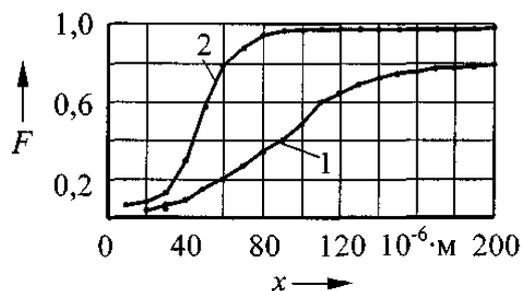


Рисунок 1.24 – Функции распределения вероятности удаления частиц шлама по размерам  $x$ : 1,2- размеры ячейки сетки соответственно 50x50 и 100x100 мкм.

Большое влияние на эффективность работы системы очистки оказывает распределение частиц по размерам.

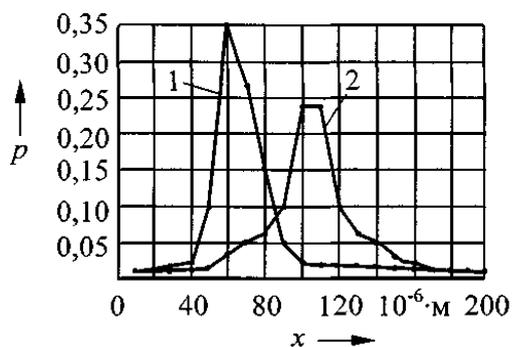


Рисунок 1.25 – Плотности распределения частиц шлама по размерам: 1,2- соответственно у - 0,9 и 1,5 мм/мин.

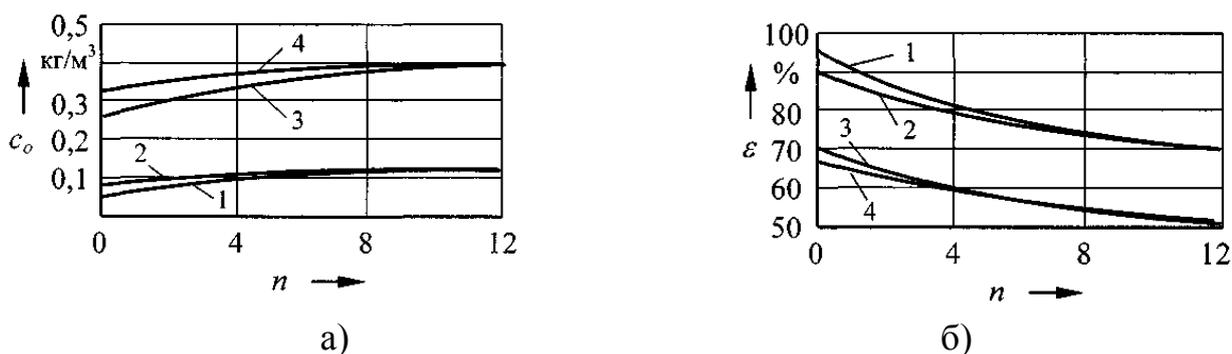


Рисунок 1.26 – Зависимость остаточной концентрации  $c_0$  (а) и степени очистки  $\varepsilon$  (б) от номера цикла  $n$ : 1,2- размеры ячейки сетки 50x50 мкм; 3, 4 - то же 100x100 мкм; 1, 3 -  $v_s$  - 1,5 мм/мин; 2, 4 -  $v_s$  = 0,9 мм/мин.

В шламе, полученном при шлифовании с  $v_s = 1,5$  мм/мин (шлам № 1), 70 % частиц имеют размер  $(70 - 140) \cdot 10^{-6}$  м, а при  $v_s = 0,9$  мм/мин (шлам № 2) основная масса частиц (90 %) находится в интервале размеров  $(50 - 90) \cdot 10^{-6}$  м (см. рис. 1.25). Установлено, что смещение центра группирования частиц шлама по размерам в сторону уменьшения приводит, при прочих равных условиях, к увеличению остаточной концентрации шлама в СОЖ (см. рис. 1.26). Так, для фильтровальной сетки 50x50 мкм величина  $c_0$  изменяется в диапазоне  $(0,055 - 0,087)$  кг/м<sup>3</sup> для шлама № 1 и в диапазоне  $(0,084 - 0,120)$  для шлама № 2.

Таким образом, установлено, что остаточная концентрация шлама в СОЖ монотонно возрастает во времени и зависит от эффективности работы системы

очистки (вероятности удаления частиц шлама) и от размера частиц шлама (плотности распределения частиц по размерам).

Установленные тенденции справедливы также при расчете числа частиц, остающихся в СОЖ после очистки. При очистке жидкости от шламов №1 и №2 количество частиц шлама после первого цикла очистки  $N_0^x$  для сетки 50x50 мкм равно соответственно  $3,63 \cdot 10^6$  и  $3,1 \cdot 10^7$ ; для сетки 100x100 мкм  $9,0 \cdot 10^7$  и  $3,7 \cdot 10^7$ . После десятого цикла очистки  $N_0^{i_0}$  составляет для тех же условий соответственно  $2,5 \cdot 10^8$  и  $4,5 \cdot 10^8$ ;  $3,8 \cdot 10^8$  и  $6,4 \cdot 10^8$ .

Далее моделировали следующий цикл работы системы очистки, состоящей из двух фильтров с сетками 50x50 и 100x100 мкм (рис. 1.27).

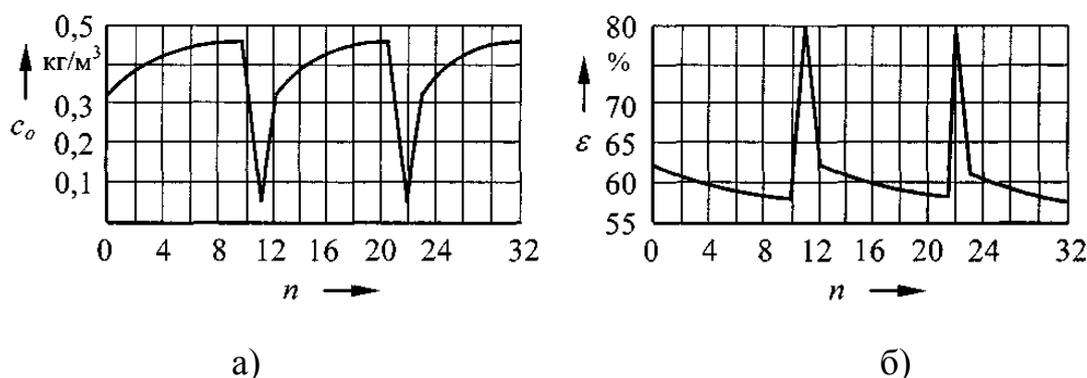


Рисунок 1.27 – Моделирование работы системы очистки СОЖ: зависимость остаточной концентрации  $c_0$  (а) и степени очистки  $\varepsilon$  (б) от номера цикла  $n$ .

В течение первых десяти циклов работает фильтр с сеткой 100x100 мкм. Эффективность его работы ухудшается со временем (снижается степень очистки  $\varepsilon$ ), в СОЖ накапливаются мелкодисперсные примеси, остаточная концентрация шлама в СОЖ  $c_0$  возрастает. На 11 -ом цикле включается более эффективный очиститель с сеткой 50x50 мкм. При этом степень очистки возрастает более чем на 20 % ( $\varepsilon = 79$  %), а остаточная концентрация шлама  $c_0$  падает до 0,05  $\text{kg/m}^3$ . Затем цикл работы системы повторяется (см. рис. 1.27).

Экспериментальную проверку разработанных математических моделей проводили в условиях основного производства подшипникового завода (г. Вологда) на системе очистки СОЖ, оснащенной гидроциклонами Г-250 и батареями гидроциклонов БГЦ-80 (объем СОЖ в системе составлял 80  $\text{m}^3$ ;

производительность - 180 м<sup>3</sup>/ч). В ходе исследований определяли (в течение одной смены - 8 часов) остаточную концентрацию шлама в СОЖ  $c_0$  (рис. 1.28).

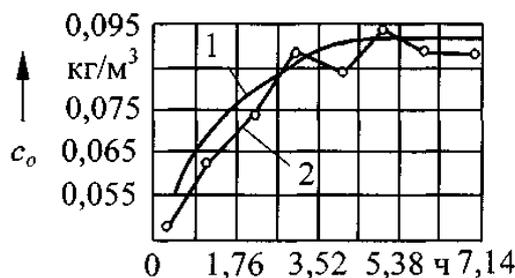


Рис. 1.28. Зависимость остаточной концентрации шлама в СОЖ  $c_0$  от времени функционирования системы  $t_c$ : 1 - расчетная зависимость; 2 - экспериментальная зависимость

Процесс очистки СОЖ моделировали, используя зависимости (1.58) - (1.60), (1.62) - (1.64), при следующих исходных параметрах:

плотность шлама

$$\rho = 7880 \text{ кг/м}^3; a_0 = 0,05; N_u = 10^8 \text{ шт.}$$

В результате сопоставления экспериментальных и расчетных данных установлено, что относительная средняя квадратическая ошибка составляет 8,7%. Коэффициент парной корреляции между расчетными и экспериментальными значениями остаточной концентрации шлама равен  $0,94 \pm 0,09$  %, что соответствует тесной корреляционной связи. При этом расчетный уровень доверия равен  $22,29 > 3$ , что говорит о достоверности полученной математической модели.

### 1.5 Статистическое исследование процесса эксплуатации СОЖ

В последнее время остро стоит вопрос о снижении экологической нагрузки СП СОЖ, которая оценивается массой вредных веществ, сбрасываемых со стоками продуктов разложения отработанных жидкостей. При этом годовой экологический ущерб, наносимый окружающей среде СП СОЖ, определяется выражением

$$Y_2 = (1 - \varepsilon)c_e V n_c K \quad (1.68)$$

где  $\varepsilon$  - степень удаления вредных веществ из СОЖ при её разложении и последующей очистке стоков, доли единицы;

$c_b$  - концентрация вредных веществ в отработанной СОЖ, кг/м<sup>3</sup>;

$V$  - объем СОЖ в системе, м<sup>3</sup>;

$n_c$  - количество сбросов отработанной СОЖ в год;

$K$  - переводной коэффициент, оценивающий воздействие вредных веществ на окружающую среду.

Размерность коэффициента  $K$  определяется размерностью анализируемого показателя ущерба (например, экономического, - рублями), отнесенной к размерности массы вредных веществ в стоках СОЖ (кг).

При постоянных значениях  $\varepsilon$ ,  $c_b$  и  $K$  экологический ущерб  $U_r$  напрямую определяется количеством сбросов  $n_c$  отработанной СОЖ, равным:

$$n_c = 365/t_3,$$

где  $t_3$  - срок эксплуатации СОЖ, сутки, - наработка на отказ системы применения СОЖ; при отказе СП производится полная замена СОЖ.

Таким образом, с экологических позиций важной задачей является увеличение срока эксплуатации СОЖ. Экологическую оценку СП СОЖ проводили, исследуя массив статистических данных по распределению  $t_3$  в СП СОЖ, обслуживающих автоматические линии КМ-029, "Морандо", "Маузер" и ЛБ-25 в механосборочном производстве Ульяновского автомобильного завода (УАЗ) за период с 1994 по 1998 гг. На линиях КМ-029, "Морандо" и "Маузер" обрабатывают заготовки из ковкого и серого чугуна, на линии ЛБ-425 - из стали 40Х. В качестве СОЖ на всех автоматических линиях использовали 5%-ную эмульсию Автокат Ф-78.

Во всех анализируемых СП СОЖ очистка жидкости осуществлялась в емкостях, снабженных конвейерами для удаления осевшей стружки. В СП СОЖ на автоматических линиях КМ-029, "Морандо", "Маузер" жидкость транспортируется в систему очистки по лоткам. При этом вся стружка смывается в отстойники. На линии ЛБ<sup>^</sup>25 СОЖ транспортируется в систему очистки по

лотку, в котором расположен конвейер, удаляющий стружку в направлении, противоположном потоку СОЖ. Таким образом, только небольшая часть стружки попадает в отстойник системы очистки СОЖ.

Для краткости дальнейшего изложения обозначим действующий на автоматической линии КМ-029 технологический процесс применения СОЖ как ТПП СОЖ КМ-029, и далее по аналогии - ТПП СОЖ "Морандо", ТПП СОЖ "Маузер", ТПП СОЖ "ЛБ-425".

Анализ статистических данных за 1994 - 1998 годы выявил существенное влияние ТПП СОЖ на срок её эксплуатации (рис. 1.29, 1.30). Значения  $t_3$  с доверительной вероятностью 0,95 укладываются в диапазон (20-130) суток (рис. 1.29, рис. 1.30 - кривая 3). Наличие двух максимумов на кривой 3 распределения значений  $t_3$  в генеральной совокупности свидетельствует о включении в нее двух разнородных распределений. Поэтому генеральную совокупность значений  $t_3$  разделим на две группы (см. рис. 1.30): первую - с относительно небольшими значениями  $t_3$  - до 60 суток и вторую - с значениями  $t_3$  более 60 суток. В первую группу входят 28 значений  $t_3$  из генеральной совокупности, во вторую - 38. Заметим, что относительно малые значения  $t_3$  в первой группе свидетельствуют о низкой эффективности ТПП СОЖ в экологическом отношении.

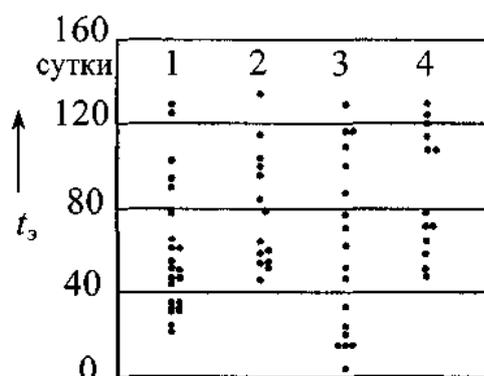


Рисунок 1.29 – Распределение срока эксплуатации СОЖ  $t_3$  в механосборочном производстве УАЗ: 1, 2, 3, 4 - соответственно ТПП СОЖ КМ-029, "Морандо", "Маузер", "ЛБ-425".

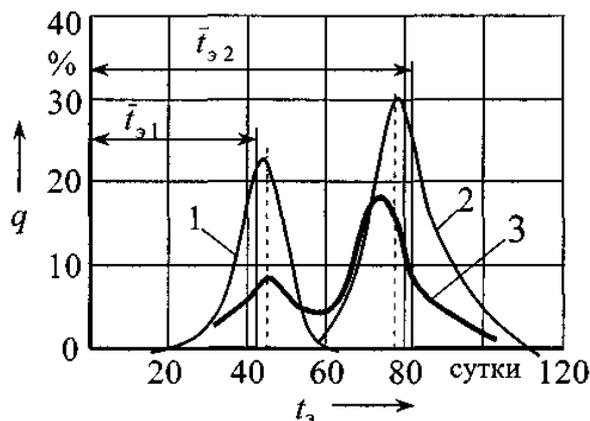


Рисунок 1.30 – Распределения частоты срока эксплуатации СОЖ  $q = f(t_3)$ :  
 1,2- соответственно в первой и второй группах;  
 3 - то же в генеральной совокупности значений  $t_3$

Разделение массива значений  $t_3$  на две группы, по-видимому, обусловлено в основном различным качеством поставляемого эмульсола, которое определяло впоследствии степень деградации эмульсий при их эксплуатации. Это предположение подтверждает наличие на анализируемом временном интервале трех отрезков времени А, Б, В с существенно отличающимися значениями  $t_3$  (рис. 1.31). Так, на отрезке времени А эмульсию приготавливали из эмульсола, поставленного до 31.12.95 г., на отрезке времени Б - из эмульсола, поставленного с 01.01.96 по 31.06.97, и наконец на отрезке времени В - из эмульсола, поставленного с 01.07.97 по 31.12.98.

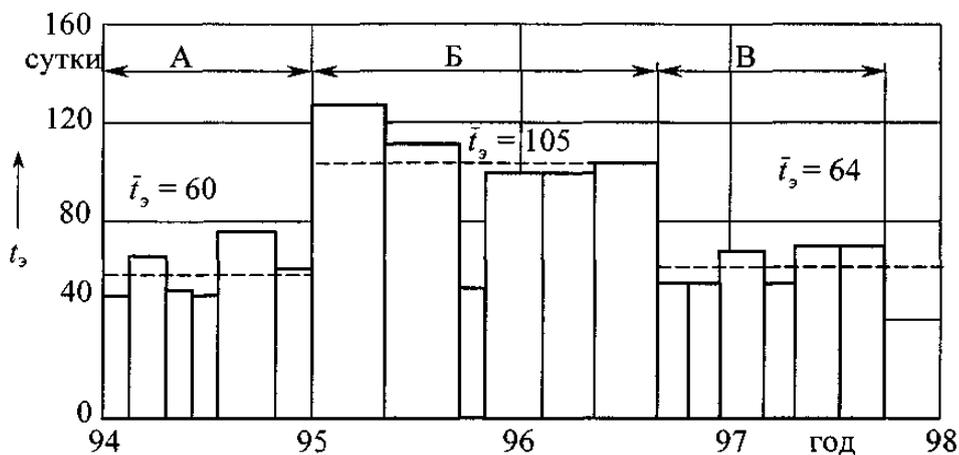


Рисунок 1.31 – Изменение срока эксплуатации СОЖ  $t_3$  на линии "Морандо"

В ТПП СОЖ "Морандо" на отрезках времени А и В средний срок эксплуатации СОЖ  $\bar{t}_3$  составил соответственно 60 и 64 суток, в то время как на отрезке Б - 105 суток, т.е. в 1,65 - 1,75 раза больше.

Статистическая обработка массива значений срока эксплуатации СОЖ показала, что  $\bar{t}_3$  в первой группе изменяется в пределах от 37 до 47 суток для различных ТПП СОЖ, а среднее значение  $\bar{t}_3$  по всем анализируемым ТПП СОЖ составило 42 суток (рис. 1.32).

Во второй группе значения  $\bar{t}_3$  варьируются для различных ТПП СОЖ в более широком диапазоне - от 72 до 104 суток.

На отрезках времени А, Б, В срок эксплуатации СОЖ не превышал 60 суток соответственно в 52 ( $q = 52\%$ ), 15 и 25% случаев. Эти результаты свидетельствуют о том, что на отрезке времени В чаще поставляли эмульсол, приготовленный с отклонениями от заданной технологии.

Исследование влияния анализируемого ТПП СОЖ (рис. 1.33) на значения  $\bar{t}_3$  и  $q$  выявило различия в характере их изменения для первой и второй групп.

Так, для первой группы  $\bar{t}_3$  изменяется в диапазоне от 38 (КМ-029) до 53 суток (ЛБ-425), т.е. в 1,4 раза. Для второй группы  $\bar{t}_3$  практически не зависит от ТПП СОЖ и изменяется в диапазоне от 98 до 104 суток.

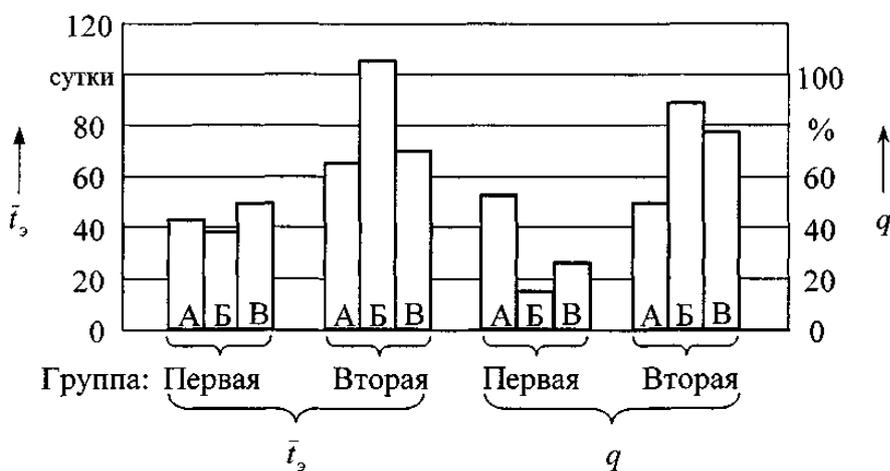


Рисунок 1.32 – Значения срока эксплуатации СОЖ  $\bar{t}_3$  и частоты  $q = f(t_3)$  в группах на выделенных отрезках времени.

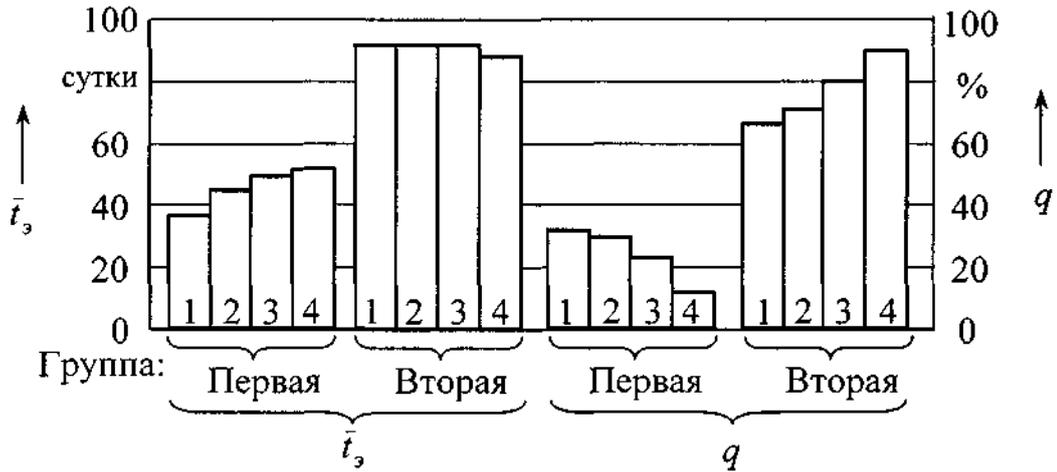


Рисунок 1.33 – Значения  $\bar{t}_s$  и  $q$  для первой и второй групп в анализируемых ТПП СОЖ: обозначения см. в надписи к рис. 1.29

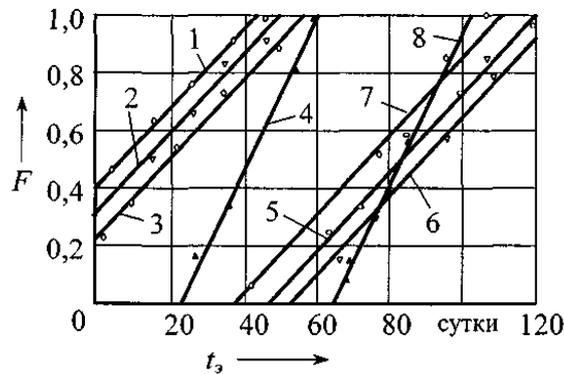


Рисунок 1.34 – Распределение вероятностей  $\bar{t}_s$ : 1,5 - КМ-029; 2, 6 - "Маузер"; 3,7 - "Морандо"; 4,8 - ЛБ-425; 1 - 4 - первая группа значений  $\bar{t}_s$ ; 5 - 8 вторая группа значений  $\bar{t}_s$ , 8 - вторая группа значений  $\bar{t}_s$

Функции распределения вероятностей того, что срок эксплуатации  $\bar{t}_s$  СОЖ в рассматриваемом ТПП СОЖ не превысит заданного периода времени, можно аппроксимировать прямыми (рис. 1.34). Для ТПП СОЖ КМ-029, "Маузер" и "Морандо" эти прямые параллельны, что свидетельствует об аналогичном негативном влиянии условий эксплуатации СОЖ на процесс её деградации [33], в то время как для ТПП СОЖ ЛБ-425 прямая имеет больший наклон к оси абсцисс, что говорит о менее негативном влиянии условий эксплуатации СОЖ на её состояние.

Распределение вероятностей относительного срока эксплуатации СОЖ имеет вид двух кривых 1 и 2 (соответственно для первой и второй групп значений  $t_3$ ) (рис. 1.35), образующих петлю, подобную петле гистерезиса

$t_3^{\text{отн}} = \frac{t_3}{t_3^{\text{max}}}$  для ферромагнитных материалов. Величина  $\Delta t_3^{\text{отн}}$  отражает отклонения в технологии приготовления эмульсола и эмульсии. Характер кривых 1 и 2, в основном, определяется условиями эксплуатации жидкости.

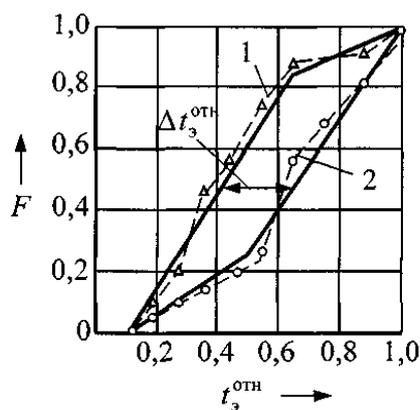


Рисунок 1.35 – Распределение вероятностей  $t_3^{\text{отн}}$ : 1 и 2 - первая и вторая группы значений  $t_3$ ; - аппроксимированная функция; экспериментальная функция.

С целью математической формализации распределения вероятности  $t_3$  процесс деградации СОЖ рассмотрим в контексте взаимодействия двух распределенных систем:

- 1) ТПП СОЖ как некая система, способная негативно влиять на состояние СОЖ;
- 2) СОЖ как совокупность фракций с различной способностью противостоять разрушающему воздействию ТПП СОЖ.

Если законы распределения этих систем считать нормально-логарифмическими (так как происходит аддитивное накопление случайных факторов), то входные и выходные данные (функции распределения) можно наглядно представить прямыми на нормально-логарифмической плоскости.

Пусть известны исходные данные прямой задачи:

$$1) F_u(x) = \text{Вер} \{ \text{Данная СОЖ имеет } t \leq x(\text{суток}) = \Phi \left( \frac{\ln x - m_u}{s_u} \right)$$

где  $m_u, s_u$  - соответственно псевдоматематическое ожидание и псевдодисперсия параметра  $t_3$ ;

$\Phi$  - функция Лапласа, отражающая воздействие ТПП СОЖ на срок её эксплуатации;

$$F_c(x) = \text{Вер} \{ \text{Вер СП СОЖ срок ее эксплуатации составит } x(\text{суток}) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln x - m_c}{s_c} \right)$$

где  $m_c, s_c$  - соответственно псевдоматематическое ожидание и псевдодисперсия срока эксплуатации СОЖ в конкретной централизованной системе.

Тогда среднюю степень деградации СОЖ можно найти следующим образом:

$$\bar{\xi} = \int_0^{+\infty} F_c(x) dF_u(x) = 1 - \Phi \left( \frac{m_u - m_c}{\sqrt{s_u^2 + s_c^2}} \right)$$

Функции распределения деградировавшей  $F_d(x)$  и отвечающей требуемым эксплуатационным свойствам  $F_3(x)$  СОЖ (рис. 1.36) имеют вид:

$$F_d(x) = \frac{1}{\bar{\xi}} \int_0^x F_c(t) dF_u(t); \tag{1.69}$$

$$F_3(x) = \frac{1}{1 - \bar{\xi}} \int_{-\infty}^x [1 - F_c(t)] dF_u(t) \tag{1.70}$$

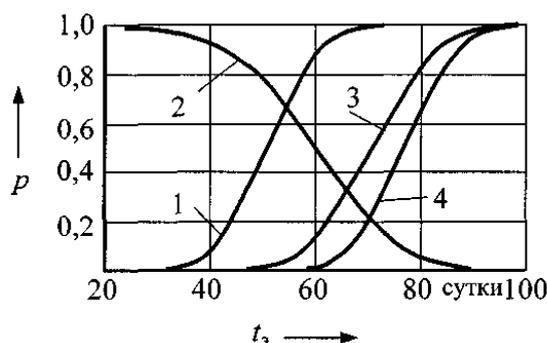


Рисунок 1.36 – Графики плотности распределения  $p$ :  
1 -  $F_d(x)$ ; 2 -  $F_c(x)$ ; 3 -  $F_u(x)$ ; 4 -  $F_3(x)$ .

Если принять гипотезу о сохранении вида распределения для выходных данных

$$F_d(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - m_d}{s_d}\right);$$

$$F_3(x) = \Phi\left(\frac{x - m_3}{s_3}\right),$$

то можно приближенно найти  $F_d(x)$  и  $F_3(x)$ , не вычисляя интегралы (1.69) и (1.70). Конечные зависимости для расчета  $m_d, s_d; m_3, s_3$  имеют следующий вид:

$$m_d = m_u - \sqrt{-2s_d^2 \ln \left[ \frac{s_d}{\bar{\xi} s_u} \left( 1 - \Phi\left(\frac{m_u - m_c}{s_c}\right) \right) \right]}; \quad (1.71)$$

$$m_3 = m_u + \sqrt{-2s_3^2 \ln \left[ \frac{s_3}{(1-\bar{\xi})s_u} \Phi\left(\frac{m_u - m_c}{s_c}\right) \right]}; \quad (1.72)$$

При  $s_u < s_c$  можно предложить следующие полуэмпирические формулы для нахождения средних квадратических отклонений в формулах (1.71) и (1.72):

$$s_3 = s_u + \frac{\alpha s_u^s (\bar{\xi}^2 - 2\bar{\xi})}{s_c} \quad (1.73)$$

где  $\alpha = 0,246, \approx -0,261$  - константы, найденные численно, исходя из условия наилучшего приближения к медиане.

При  $s_u > s_c$  функции распределения деградировавшей и отвечающей требуемым эксплуатационным свойствам СОЖ на нормально-логарифмической плоскости имеют вид гипербола. Здесь применим следующий результат:

$$F_3(x) = \frac{1}{1-\bar{\xi}} F_u(x) F_c(x) - \frac{\bar{\xi}}{1-\bar{\xi}} \tilde{F}_3(x),$$

где  $F_3(x)$  - функция распределения СОЖ, отвечающей требуемым эксплуатационным свойствам, при

$$\begin{cases} \tilde{F}_u(x) = 1 - F_c(x); \\ \tilde{F}_c(x) = 1 - F_u(x). \end{cases}$$

Тогда:

$$F_d(x) = \frac{1}{\bar{\xi}} F_u(x) - \frac{1 - \bar{\xi}}{\bar{\xi}} F_3(x). \quad (1.74)$$

Приведем пример использования разработанной методики для решения обратных задач. Пусть известны функции распределения  $F_d(x)$ ,  $F_3(x)$  и средняя степень деградации СОЖ  $\theta$ . Необходимо найти функции распределения  $F_u(x)$ ,  $F_c(x)$ . Задача решается последовательным применением следующих формул:

$$s_u = \frac{s_d - \theta s_3}{1 - \theta} \quad (1.75)$$

$$\theta = \frac{\beta \sqrt{1 - \bar{\xi}}}{\alpha(\bar{\xi}^2 - 2\bar{\xi})}; s_c = \frac{\alpha s_u^2}{s_d - s_u} (\bar{\xi}^2 - 2\bar{\xi}); m_u = \ln \left( \frac{\bar{x}_u^{-2}}{\sqrt{\bar{x}_u^{-2} + \sigma_u^2}} \right), \quad (1.76)$$

$$\bar{x}_u = (1 - \bar{\xi})\bar{x}_3 + \bar{\xi}\bar{x}_3; \quad \sigma_u^2 = (e^{s_u^2} - 1)\bar{x}_u^{-2}; \quad (\bar{x} = e^{m+s^2/2}); \quad (1.77)$$

$$m_c = m_u - \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_c^2} \Phi^{-1}(1 - \bar{\xi}). \quad (1.78)$$

где  $\bar{x}_u$  - истинное математическое ожидание;

$\sigma^2$  - истинная дисперсия.

Таким образом, зная функцию  $F_c(x)$  распределения воздействия ТПП СОЖ на её состояние, можно прогнозировать срок эксплуатации любой жидкости, используемой в данной СП СОЖ, а также производить экономическую оценку экологического ущерба. Для автоматизации расчета по приведенной выше методике и графического представления функций распределения  $F_c(x)$ ,  $F_u(x)$ ,  $F_d(x)$  и  $F_3(x)$  в нормально-логарифмической

плоскости было разработано соответствующее программное обеспечение "Экотехнология".

Недостаточно эффективная технология применения СОЖ приводит к необходимости преждевременной её замены, убыткам и загрязнению водных ресурсов. Удаление поверхностной пленки "инородного" масла в емкостях, насыщение СОЖ воздухом посредством периодического инжектирования, удаление эмульгировавшего масла из СОЖ при эксплуатации, а также соблюдение технологий хранения эмульсола и приготовления эмульсии, позволяет существенно уменьшить частоту сброса СОЖ [34-37].

Выполнение некоторых из указанных выше мероприятий в СП СОЖ на автоматической линии ЛБ-425 при участии специалистов НПК ЗАО "Волга-ЭКОПРОМ" позволило увеличить  $\bar{t}_3$  с 86 до 180 суток.

Годовой экономический эффект от увеличения срока эксплуатации СОЖ можно рассчитать по формуле:

$$\mathcal{E} = \mathcal{C}(n'_c - n''_c) + (Y'_r + Y''_r),$$

где  $\mathcal{C}$  - стоимость 1 м<sup>3</sup> СОЖ, руб/м<sup>3</sup>

Одним и двумя штрихами обозначены параметры соответственно до и после проведения мероприятий, направленных на увеличение срока эксплуатации СОЖ. Годовое количество сбросов СОЖ определяется выражением:

$$n_c = 365 \left( \frac{q_1}{\bar{t}_{31}} + \frac{q_2}{\bar{t}_{32}} \right),$$

где  $q_1, q_2$  - частота соответственно первой и второй групп значений  $t_3$ :

$\bar{t}_{31}, \bar{t}_{32}$  - средний срок эксплуатации СОЖ соответственно в первой и второй группах, сутки.

Прогнозируемый годовой экономический эффект (без учета экологического) для четырех СП СОЖ, при увеличении срока эксплуатации СОЖ в 1,7 раза, уменьшении частоты появления событий первой группы до 10

%, объеме СОЖ в системе  $V = 2200\text{ м}^3$  и стоимости  $1\text{ м}^3\text{ СОЖ Ц} = 1100\text{ руб/м}^3$  (1999 г.), составил 3,86 млн. руб в год.

Таким образом, статистические исследования срока эксплуатации СОЖ  $t_3$ , применяемой в механосборочном производстве УАЗ, позволили выявить значительный резерв повышения  $t_3$ , а, следовательно, и уменьшения техногенной нагрузки на окружающую среду за счет совершенствования технологии применения СОЖ.

## ГЛАВА 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИКИ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ

### 2.1 Моделирование и параметрическая оптимизация систем применения СОЖ

Ужесточение требований к технико-экономической эффективности и экологической безопасности современных СП СОЖ предопределяет необходимость постановки и решения оптимизационных задач на стадии проектирования этих систем и их элементов. В наиболее общем виде структура оптимизационной задачи состоит из целевой функции (критерия) оптимизации - энергоёмкость, ресурсоёмкость, стоимость обслуживания системы, срок эксплуатации СОЖ и др. и системы ограничений, связывающих конструктивные и режимные параметры системы применения СОЖ с критерием. Надёжной основой для постановки и решения оптимизационных задач является математическое моделирование. Однако, пока отсутствуют системные математические модели, адекватно отражающие технологический процесс применения СОЖ [38,39,40]. Известные работы в этой области, как правило, связаны либо с исследованиями физико-химических, биохимических и других процессов, происходящих в СОЖ, либо с решением частных вопросов конструирования новых систем её приготовления, очистки, контроля и т.п. Такое положение не позволяет выйти на автоматизированное проектирование СП СОЖ и в значительной степени сдерживает создание новых систем.

Анализ и синтез СП СОЖ требуют соответствующего математического и программного обеспечения, позволяющего решать практические задачи на разных стадиях проектирования, при этом синтез СП СОЖ непосредственно связан с решением задач параметрической оптимизации. Существующие методы параметрической оптимизации позволяют исследовать разработанные СП СОЖ и их функционирование, корректно ставить задачи анализа, проводить оптимальный параметрический синтез СП СОЖ.

Основными элементами (факторами), которые необходимо рассмотреть при моделировании СП СОЖ, являются: собственно СОЖ с заданными составом и свойствами; технологическое оборудование (например, металлорежущий станок), в рабочей зоне которого реализуются функциональные свойства СОЖ и происходит её истощение; система очистки СОЖ, в которой происходит частичное или полное восстановление функциональных свойств СОЖ; система трубопроводов, обеспечивающая циркуляцию СОЖ между технологическим оборудованием и системой очистки.

Рассмотрим формальное описание основных элементов СП СОЖ, учитывая сделанные выше замечания.

За модель технологической жидкости примем среду, состояние которой определяет вектор  $\bar{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_m\} \in E^m$ . Координаты этого вектора равны концентрациям различных компонентов, в том числе механических примесей, в жидкости, её температуре, физико-механическим, химическим и другим свойствам. Размерность  $m$  вектора  $\bar{C}$  зависит от практической потребности в полноте описания СОЖ.

Обозначим через  $t = [0, t_3]$  время эксплуатации СОЖ в системе, а через  $q \in [0, \infty] = Q_v$  - производительность СП СОЖ,  $m^3/c$ .

Если СП СОЖ обслуживает  $N$  станков, то  $i$ -ый станок будем считать точечным преобразователем, описываемым отображением  $\bar{X}_i : E^m \rightarrow E^m$  и областью возможных режимов обработки  $Q_i$ . При этом под режимом обработки  $Q_i$  понимается функция  $\bar{\tau} : t \rightarrow E^n$ , где  $n$  - число элементов режима обработки. Содержательный смысл отдельных координат вектора функции  $\bar{\tau}(t)$  определяется переменными во времени подачей, глубиной, скоростью резания и другими факторами, причем неисключается  $\bar{\tau}(t) = \text{const}$ .

Таким образом:

$$Q_i = \left\{ \bar{\tau}_{i1} : t \rightarrow E^{n_i} \mid 1 = \overline{1, I_1} \right\}; i = \overline{1, N} \quad (2.1)$$

где  $\bar{I}_i$  - число возможных комбинаций элементов режима обработки на  $i$ -ом станке.

Учитывая вышеизложенное, представим отображение  $\bar{X}_i : E^m \rightarrow E^m$  векторным отображением  $\bar{X}_i : Q_i \times E^m \times Q_v \times t \rightarrow E^m$  со значениями

$$\bar{C}_i'' = \bar{X}_i \left[ \bar{\tau}_i(t), \bar{C}_i', q_i, t \right] ; i = \overline{1, N} \quad (2.2)$$

где  $\bar{C}_i'$ ,  $\bar{C}_i''$  - состояние СОЖ до и после прохождения через  $i$ -ый станок с объемным расходом  $q_i$ ;

$\bar{\tau}_i \in Q_i$  - заданный режим обработки заготовки.

Отображение  $\bar{X}_i$  является математической моделью  $i$ -го станка.

Воспользуемся изложенными выше соображениями при описании системы очистки СОЖ, считая общее число очистителей равным  $L$ .

Определим для  $j$ -го очистителя область допустимых режимов его эксплуатации  $U_j$ . Элементами этой области являются управляющие функции  $\bar{u} : t \rightarrow E^n$ . Таким образом:

$$U_j = \left\{ \bar{u}_{j1} : t \rightarrow E^{n1} \mid 1 = \overline{1, J_j} \right\} ; j = \overline{1, L} \quad (2.3)$$

где  $J_j$  - число возможных комбинаций элементов режима эксплуатации  $j$ -го очистителя, причем допускается  $U_j = 0$ .

Допустим, описание очистителя задано областью его конструктивных параметров  $V_j \subset E^{n_j}$ , где  $n_j$  - число этих параметров. Тогда математической моделью  $j$ -го очистителя является векторное отображение  $\bar{Y}_j : U_j \times V_j \times E^m \times Q_v \times t \rightarrow E^m$  со значениями:

$$\bar{C}_j'' = \bar{Y}_j \left[ \bar{u}_j(t), \bar{v}_j, \bar{C}_j', q_j, t \right] ; j = \overline{1, L} \quad (2.4)$$

где  $\bar{C}_j'$ ,  $\bar{C}_j''$  - состояние СОЖ до и после прохождения через  $j$ -ый очиститель с интенсивностью  $q_j$ ;  $\bar{u}_j \in U_j$ ,  $\bar{v}_j \in V_j$ .

Величина  $q_j$  зависит от конструкции и режима работы очистителя

$$q_j = q_j[\bar{u}_j(t), \bar{v}_j]; j = \overline{1, L} \quad (2.5)$$

Чтобы учесть изменение свойств СОЖ в системе трубопроводов, свяжем с  $k$ -ым трубопроводом векторное отображение  $\bar{Z}_k : W_k \times E^m \times Q_v \times t \rightarrow E^m$ , аналогичное отображению  $\bar{Y}_J$ .

При этом

$$\bar{C}_k'' = \bar{Z}_k(\bar{w}_k, \bar{C}_k', q_k, t); j = \overline{1, \ell} \quad (2.6)$$

где  $\bar{C}_k'$ ,  $\bar{C}_k''$  - состояние СОЖ на входе и выходе  $k$ -го трубопровода;

$\bar{w}_k$  - вектор конструктивных параметров из допустимой области  $W_k$ ;

$q_k$  - объемный расход СОЖ в  $k$ -ом трубопроводе;

$\ell$  - общее число трубопроводов.

Размерность вектора  $\bar{w}_k$  определяется числом конструктивных параметров трубопровода, среди которых могут быть, например, его длина и средний диаметр. Отображение  $\bar{Z}_k$  является математической моделью  $k$ -го трубопровода. При этом:

$$q_k = q_k(\bar{w}_k) \quad (2.7)$$

Предположим, что транспортирование СОЖ в рабочие зоны станков обеспечивается точечным источником давления (насосом). Модель 1-го насоса представим в виде следующей функции:

$$f_1(i) = \begin{cases} p_i, i = 1; \\ 0, i \neq 1. \end{cases} \quad i = \overline{1, N} \quad (2.8)$$

где  $p_i$  - давление, создаваемое 1-ым насосом. Рассмотрим далее множества:

$$X = \{\bar{X}_i | i = \overline{1, N}\}; Y = \{\bar{Y}_j | j = \overline{1, L}\}; Z = \{\bar{Z}_k | k = \overline{1, \ell}\}; F = \{\bar{f}_1 | 1 = \overline{1, N}\} \quad (2.9)$$

где  $X_i$ ,  $Y_j$ ,  $Z_k$ ,  $f_1$ - модели, представленные соответственно зависимостями (2.2), (2.4), (2.6), (2.8).

Пусть  $\Pi: X \cup Y \cup Z \cup F \rightarrow \rho$  - взаимно однозначное отображение подмоделей (2.9) в некоторое точечное множество  $\rho$ , причем:

$$\Pi(X \cup Y \cup Z \cup F) = \Pi(X) \cup \Pi(Y) \cup \Pi(Z) \cup \Pi(F) = \rho.$$

Тогда за математическую модель СП СОЖ примем четырехдольный ориентированный граф:

$$\Gamma = \langle \rho, \sigma \rangle, \quad (2.10)$$

в котором каждая вершина из множества  $\rho$  сопоставляется с воздействием на СОЖ определенного элемента системы, а множество дуги - направления течения СОЖ в отдельных трубопроводах.

Построение модели  $\Gamma$  на основе уравнения (2.10) учитывает все перечисленные выше элементы и параметры системы применения СОЖ. Кроме того, модель можно уточнить путем подсоединения моделей систем подготовки СОЖ, её контроля и диагностики. Поэтому данная модель адекватна реальной СП СОЖ как части основного производства.

Практическая ценность базовой модели (2.10) в значительной степени определяется её идентификацией, т.е. конкретизацией соответствующих подмоделей с учетом целого комплекса сложных физико-химических процессов. Многие из них, с точки зрения системного моделирования, в настоящее время изучены недостаточно. Это порождает проблему идентификации базовой модели, для разрешения которой необходимы дополнительные допущения при её практическом использовании. Рассмотрим такие допущения на примере решения задачи анализа конкретного варианта СП СОЖ (рис. 2.1). Пусть СП СОЖ обслуживает  $N$  станков. На каждый станок из главной магистрали с помощью насоса  $f_1$ , подается СОЖ. Отработанная СОЖ поступает на пункт сбора, а затем насосом  $f_2$  прокачивается через  $L$  последовательно соединенных очистителей со степенью очистки соответственно  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_L$ .

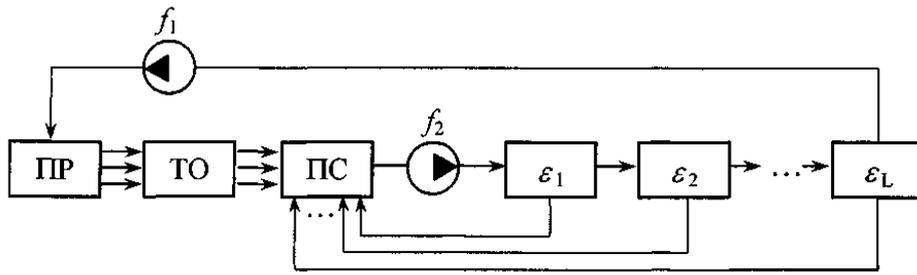


Рисунок 2.1 – Схема СП СОЖ: ПР - пункт распределения; ТО - технологическое оборудование; ПС - пункт сбора СОЖ, ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_L$ ) - система очистки СОЖ из  $L$  элементов.

Каждый очиститель имеет свой слив в пункт сбора, а последний из них подключен к главной магистрали системы (такой вариант компоновки СП СОЖ обеспечивает замкнутый цикл её работы). Требуется определить концентрации компонентов в СОЖ перед её подачей в рабочие зоны станков, считая технические характеристики СП СОЖ известными.

Рассмотрим работу системы в установившемся режиме. СОЖ примем за рабочее тело, обеспечивающее внутри системы массоперенос  $M$  её компонентов. Тогда состояние СОЖ будет характеризоваться вектором:

$$\bar{C} = \{c_1, \dots, c_1, \dots, c_M\},$$

где  $c_1$  - массовая концентрация 1-го компонента.

Допустим, что  $i$ -ый станок загрязняет СОЖ с интенсивностью

$$\bar{\eta}^i = \{\eta_1^i, \dots, \eta_1^i\},$$

где  $\eta_1^i$  - массовый расход 1-ой примеси (механические частицы, "инородные" масла) с  $i$ -го станка.

С учетом этого  $i$ -ый станок примем за абстрактный смеситель объема  $\Delta V_i$ , мгновенно изменяющий концентрацию примесей в рабочем теле. Пренебрегая объемом примесей в сравнении с объемом СОЖ в системе, запишем изменение концентрации 1-ой примеси  $i$ -ым станком. Таким образом:

$$\begin{aligned} \Delta C_1^i &= \frac{\eta_1^i}{Q_1}; i = \overline{1, M} \\ \bar{C}_i'' &= \bar{C}_i' + \frac{\eta_1^i}{Q_1}; i = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $\bar{C}_i'$ ,  $\bar{C}_i''$  - состояние СОЖ соответственно подаваемой и собираемой с  $i$ -го станка.

Очевидно, что интенсивность загрязнения СОЖ  $i$ -ым станком зависит от режима обработки:

$$\bar{\eta}^i = \eta^i [\tau_i(t)]; i = \overline{1, N} \quad (2.12)$$

Формулы (2.11) и (2.12) определяют общее отображение (2.2) для частного случая. Допустим, что концентрации  $l$ -го компонента СОЖ на входе и выходе  $j$ -го очистителя связаны соотношением:

$$c_{jl}'' = (1 - \varepsilon_{jl})c_{jl}'; 0 \leq \varepsilon_{jl} \leq 1; j = \overline{1, L}; l = \overline{1, M} \quad (2.13)$$

причем степень очистки:

$$\varepsilon_{jl} = \varepsilon_{jl} [\bar{u}_j(t), \bar{v}_j, q_j]$$

Ясно, что (2.13) - частный случай отображения (2.4), ибо

$$c_{jl}'' = (1 - \varepsilon_{jl} [\bar{u}_j(t), \bar{v}_j, q_j])c_{jl}', j = \overline{1, L}; l = \overline{1, M} \quad (2.14)$$

Пренебрегая влиянием системы трубопроводов на состояние СОЖ, исследуем массоперенос в СП СОЖ с помощью схемы, изображенной на рис. 2.2.

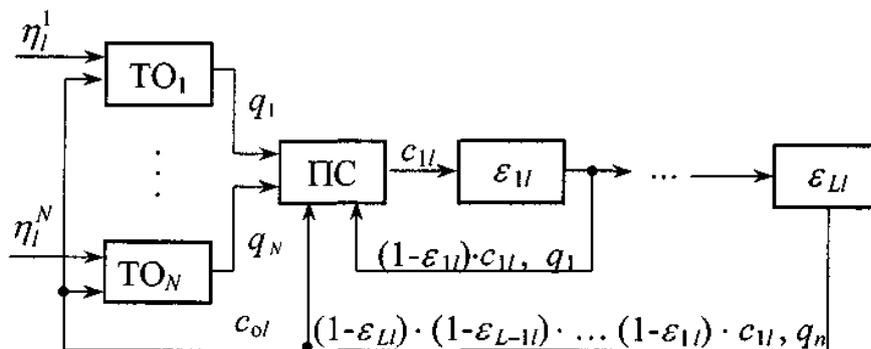


Рисунок 2.2 – Схема массопереноса в СП СОЖ: обозначения см. в надписи к рис. 2.1.

Массоперенос  $l$ -го компонента СОЖ рассчитаем для наихудшего случая, когда  $\eta_l^i = \max \eta_l^i(t) \tau_i(t), i = \overline{1, N}; l = \overline{1, M}$ . Согласно (2.11), концентрация  $l$ -го компонента СОЖ перед её поступлением в накопительную емкость равна

$$c_l^i = c_{o1} + \frac{\eta_l^i}{q_l}, \quad (2.15)$$

где  $c_{o1}$  — концентрация  $l$ -ой примеси в СОЖ, протекающей через пункт распределения.

Кроме того, в пункт сбора сливается  $L$  потоков жидкости из очистителей системы, причем  $j$ -ый поток несет  $l$ -ую примесь с концентрацией

$$c_{jl} = \prod_{s=1}^J (1 - \varepsilon_{sl}) c_{1l}, \quad (2.16)$$

где  $c_{1l}$  — концентрация  $l$ -ой примеси в СОЖ на входе первого очистителя.

Найдем массу  $l$ -ой примеси  $\Delta m_l$ , попавшей в пункт сбора за время  $\Delta t$  со всех станков и очистителей системы:

$$\Delta m_l = \sum_{i=1}^N c_l^i q_i \Delta t + \sum_{j=1}^L c_{jl} q_j \Delta t.$$

Отсюда, с учетом (2.15), (2.16), получим

$$\Delta m_l = \left( \sum_{i=1}^N c_{o1} q_i + \sum_{i=1}^N \eta_l^i + \sum_{j=1}^L \prod_{s=1}^J (1 - \varepsilon_{sl}) c_{1l} q_j \right) \Delta t. \quad (2.17)$$

Пренебрегая суммарным объемом механических примесей, найдем объем жидкости, поступившей в пункт сбора за время  $\Delta t$ :

$$\Delta V = \left( \sum_{i=1}^N q_i + \sum_{j=1}^L q_j \right) \Delta t. \quad (2.18)$$

Из (2.17), (2.18) следует:

$$c_{1l} = \frac{\Delta m_l}{\Delta V} = \frac{c_{o1} \sum_{i=1}^N q_i + \sum_{i=1}^N \eta_l^i + c_{1l} \sum_{j=1}^L \prod_{s=1}^J (1 - \varepsilon_{sl}) q_j}{\sum_{i=1}^N q_i + \sum_{j=1}^L q_j}. \quad (2.19)$$

Поскольку  $c_{ol} = \prod_{s=1}^L (1 - \varepsilon_{s1}) c_{11}$  то из (2-19) имеем:

$$c_{11} = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i^i}{\sum_{i=1}^N q_i + \sum_{j=1}^L q_j - \prod_{s=1}^L (1 - \varepsilon_{s1}) \sum_{i=1}^N q_i - \sum_{j=1}^L \prod_{s=1}^j (1 - \varepsilon_{s1}) q_j} \cdot (2.20)$$

Из выражения (2.20) следует, что концентрация  $c_{ol}$  1-ой примеси в СОЖ перед её подачей на станки

$$c_{ol} = \frac{\prod_{s=1}^L (1 - \varepsilon_{s1}) \sum_{i=1}^N \eta_i^i}{\left(1 - \prod_{s=1}^L (1 - \varepsilon_{s1})\right) \sum_{i=1}^N q_i + \sum_{j=1}^L \left(1 - \prod_{s=1}^j (1 - \varepsilon_{s1})\right) q_j}; i = \overline{1, M}. \quad (2.21)$$

Рассмотренная математическая модель СП СОЖ реализована в программных средствах в виде макетного образца, имитирующего работу автоматизированной системы применения СОЖ.

Рассмотрим пример решения практической задачи анализа СП СОЖ, схема которой показана на рис. 2.3. Считаем известными следующие параметры системы: количество станков - 3 единицы; очистителей - 2 единицы; анализируемых компонентов СОЖ - 2 (механические примеси и "инородные" масла). Исходная концентрация в СОЖ механических примесей -  $0,8 \text{ кг/м}^3$ , "инородных" масел -  $0,5 \text{ кг/м}^3$  (см. также табл. 2.1).

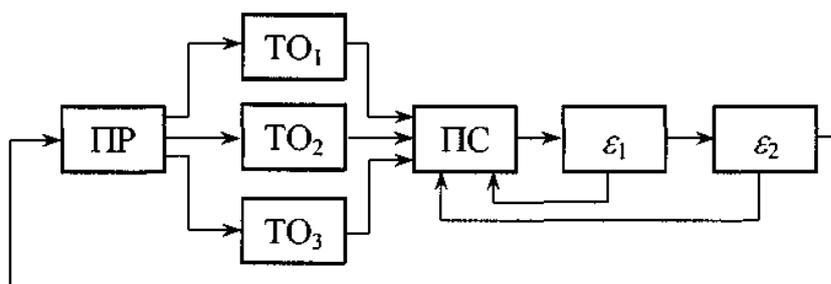


Рисунок 2.3 – Схема СП СОЖ: обозначения см. в надписи к рис. 2.1.

Таблица 2.1 – Интенсивность загрязнения СОЖ на станках (исходные данные)

Показатель	Интенсивность загрязнения, кг/мин		
	Станок №1	Станок №2	Станок №3
Механические примеси	0,03	-	-
«Инородные масла»	-	0,04	0,01

Степень очистки СОЖ от механических примесей в очистителе  $\varepsilon_1$  - 0,8, от инородных масел  $\varepsilon_2$  - 0,9. Объемный расход СОЖ, подаваемой на станки № 1, 2 и 3, соответственно 50; 30; 5 л/мин. Отход СОЖ с очистителей  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  соответственно 2 и 3 л/мин. Считаем заданными предельно-допустимые концентрации анализируемых компонентов в СОЖ: механические примеси - 0,06 кг/м<sup>3</sup>; инородные масла - 0,08 кг/м<sup>3</sup>. Необходимо определить концентрации анализируемых компонентов СОЖ в установившемся и переходном режимах очистки. В результате моделирования работы СП СОЖ определили параметры переходного (табл. 2.2) и установившегося (табл. 2.3) режимов очистки, а также получили оценку технологической эффективности системы очистки СОЖ (табл. 2.4).

Таблица 2.2 – Результаты расчета установившегося режима очистки СОЖ

Показатель	Исходная концентрация $c$ , кг/м <sup>3</sup>	Интенсивность загрязнения СОЖ всеми станками, кг/мин	Степень очистки $\varepsilon$	Конечная концентрация $c_0$ , кг/м <sup>3</sup>
Механические примеси	0,8	0,03	0,8	0,075
«Инородные» масла	0,5	0,05	0,9	0,057

Рассмотрим далее параметрическую оптимизацию СП СОЖ. Базовая модель (2.10) позволяет решать типовые задачи синтеза СП СОЖ, возникающие при их создании. Введем для краткости изложения соглашения о терминологии. Назовем основной элемент ЦС СОЖ  $\alpha$ -элементом, если  $\alpha$ -имя соответствующей модели из семейства (2.9). Например,  $X_3$  элемент - системное имя станка № 3 и т.д.. Результаты расчета переходного режима очистки СОЖ.

Таблица 2.3 – Результаты расчета переходного режима очистки СОЖ

Показатель	Исходная концентрация $c$ , кг/м <sup>3</sup>	Изменение параметров по циклам оборота СОЖ в системе, №					Конечная концентрация $c_0$ , кг/м <sup>3</sup>
		1	2	3	4	5	
Механические примеси	0,8	0,214	0,102	0,080	0,076	0,075	0,75
«Инородные» масла	0,5	0,100	0,061	0,057	0,057	0,057	0,057

Таблица 2.4 – Технологическая эффективность СП СОЖ

Показатель	Исходная концентрация $c$ , кг/м <sup>3</sup>	Конечная концентрация кг/м <sup>3</sup>	Допустимая концентрация кг/м <sup>3</sup>	Оценка эффективности
Механические примеси	0,8	0,075	0,06	Не удовлетворяет требованиям
«Инородные» масла	0,5	0,057	0,08	Удовлетворяет требованиям

Вектор  $\bar{C}_a \in E^m$  назовем -  $a$ -состоянием СОЖ, если  $\bar{C}_a$  - состояние жидкости на выходе  $a$  элемента, а функцию  $\bar{C}_a(t)$   $a$ -траекторией системы.

Вектор  $\bar{C}_s = \{ \bar{C}_{X1}, \dots, \bar{C}_{XN}, \bar{C}_{Y1}, \dots, \bar{C}_{YL}, \bar{C}_{Z1}, \dots, \bar{C}_{ZL}, \bar{C}_{F1}, \dots, \bar{C}_{FL} \}$  будем называть системным состоянием СОЖ, а функцию  $\bar{C}_s(t)$ -системной траекторией. Ясно, что  $a$ -траектория описывает изменение состояния СОЖ на выходе  $a$ -элемента в период эксплуатации. Системная траектория - описание изменения состояния СОЖ в процессе эксплуатации. Таким образом, системная и  $a$ -траектории дают представление о работе системы. Однако, всякая СП СОЖ - лишь часть основного производства, и её функционирование не самоцель. Поэтому базовая модель (2.10) нуждается в дополнении моделью влияния системы эксплуатации на основное производство. С этой целью рассмотрим вектор  $\bar{P} = \{ p_1, \dots, p_m \}$  каждая координата которого - параметр основного производства, зависящий от состояния СОЖ в системе её применения. Тогда воздействие СОЖ на производственные параметры выражается функцией влияния

$$\bar{p} = p(\bar{C}_s); \quad \bar{p} \in E^m \quad (2.22)$$

где  $C_s$  - системное состояние СОЖ.

В конкретных случаях отдельные или все координаты вектора  $s$  могут зависеть лишь от отдельных  $a$ -состояний СОЖ. Базовая модель (2.10), дополненная функций влияния (2.22), позволяет сформулировать задачу анализа СП СОЖ как части основного производства и другие задачи, возникающие при их создании.

Пусть  $\Gamma\langle p, \sigma \rangle$  - базовая модель СП СОЖ, расширенная функцией влияния  $\bar{p}(\bar{C}_s)$ . Задачей анализа СП СОЖ будем называть построение вектор-функции  $\bar{p}_s \left[ \bar{C}_s(t) \right]$  при произвольно выбранных технологиях, режимах и параметрах модели  $\Gamma$  из их допустимых областей.

Пусть  $\sigma_m \in E^m$  - допустимая область изменения параметра основного производства. Задачей синтеза системы применения СОЖ будем называть построение допустимых областей значений для её конструктивных параметров и топологии  $y$ , обеспечивающих выполнение условия  $\forall t \in t, \bar{p}_s \left[ \bar{C}_s(t) \right] \in E^m$ .

Заметим, что описание СП СОЖ одной только функцией влияния недостаточно, так как оно не затрагивает других важных характеристик, таких, например, как надежность, экономичность. Поэтому базовую модель 7" необходимо дополнить векторным функционалом

$$\bar{\kappa} = \{ \kappa_1[\bar{p}_s(t)], \dots, \kappa_r[\bar{p}_s(t)] \} \quad (2.23)$$

каждая компонента которого есть конкретный технико-экономический показатель работы СП СОЖ.

Наличие функционала  $\kappa$  позволяет сформулировать на базе модели  $\Gamma$  задачу оптимального синтеза СП СОЖ. Рассмотрим алгоритм метода случайного поиска оптимума функции.

Математическое описание СП СОЖ можно представить в виде неявно заданной функции:

$$F(\Phi(X)) = 0 \quad (2.24)$$

$$x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max} \quad i = \overline{1, N} \quad (2.25)$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (2.26)$$

Функция (2.24) ставит в соответствие каждому набору значений переменных (2.25) в области (2.26) некоторое значение  $\Phi$ . Для детерминированной функции (2.24), при отсутствии дополнительных ограничений на (2.25), область (2.26) представляет собой скалярное поле значений  $\Phi$ . При этом  $\Phi$  является критерием оценки состояния СП СОЖ. Экстремальное значение (минимум)  $\Phi$  в области (2.26) можно определить численными методами.

Для решения задачи минимизации функции нескольких вещественных переменных в ограниченной области рекомендуются восемь алгоритмов метода случайного поиска, которые условно обозначим: А1, А2, А3, А4, А5, А6, А7, А8. Предлагаемые алгоритмы можно разделить на две группы. В алгоритмах первой группы шаг в произвольном направлении поиска выполняется после неудачного предыдущего шага, а в случае удаи шаги повторяются в том же направлении. В этих алгоритмах применяется линейная тактика поиска. Алгоритмы второй группы построены на другом принципе - после каждого удачного шага выбирается новый шаг в случайном направлении. Таким образом, в предлагаемых алгоритмах используются два способа выбора направления: случайный и парными пробами - делают два шага из одной исходной точки в противоположных направлениях и за направление рабочего шага выбирают направление шага с меньшим значением функции.

Принципиальное отличие предлагаемых алгоритмов от известных алгоритмов случайного поиска заключается в способе выбора приращений. На каждом шаге поиска в предлагаемых алгоритмах приращение получают не все переменные, а группы переменных, т.е. поиск ведут не во всем пространстве

параметров, а в подпространствах. Размерность подпространства при каждом выборе шага поиска определяется случайно и может колебаться от 1 до  $N$ . Другая отличительная особенность этих алгоритмов состоит в наличии функциональной связи между приращениями переменных, входящих в состав подпространства.

Рекомендуемые алгоритмы случайного поиска в подпространствах можно записать в виде следующих рекуррентных выражений:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \Delta\mathbf{x}_{i+1}; \quad \mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-h} \quad \text{при } (\Phi(\mathbf{x}_{i-1}) < \Phi(\mathbf{x}_i)) \vee (g(\mathbf{x}_i) < 0)$$

где  $h$  - число последовательных неудачных шагов поиска;

$\Delta\mathbf{x}_{i+1}$  имеет в алгоритме A1 следующий вид:

$$\Delta\mathbf{x}_{i+1} = \begin{cases} a\xi_{i+1} \text{ при } (i = 0) \vee (|\Delta\mathbf{x}_i| = |\Delta\mathbf{x}_{i-1}|) \wedge (h > 1); \\ \Delta\mathbf{x}_i \text{ при } (\Phi(\mathbf{x}_{i-1}) \geq \Phi(\mathbf{x}_i)) \vee (g(\mathbf{x}_i) \geq 0); \\ \Delta\mathbf{x}_i \text{ при } (|\Delta\mathbf{x}_i| \neq |\Delta\mathbf{x}_{i-1}|) \wedge (h \geq 1); \end{cases}$$

в алгоритме A2

$$\Delta\mathbf{x}_{i+1} = \begin{cases} a\xi_{i+1} \text{ при } (i = 0) \vee (|\Delta\mathbf{x}_i| = |\Delta\mathbf{x}_{i-1}|) \wedge (h > 1) \vee \\ \vee (\Phi(\mathbf{x}_{i-1}) \geq \Phi(\mathbf{x}_i)) \wedge (g(\mathbf{x}_i) \geq 0); \\ -\Delta\mathbf{x}_i \text{ при } (|\Delta\mathbf{x}_i| \neq |\Delta\mathbf{x}_{i-1}|) \wedge (h \geq 1), \end{cases}$$

где  $a$  - максимальная величина рабочего шага поиска;  $\Delta\mathbf{x}_{i-1}, \Delta\mathbf{x}_i, \Delta\mathbf{x}_{i+1}$  - векторы приращений соответственно на  $(i-1), i, (i+1)$  - м шаге поиска;  $\Phi(\mathbf{x}_{i-1}), \Phi(\mathbf{x}_i), \Phi(\mathbf{x}_{i+1})$  - значения критериев качества после соответственно  $(i-1), i, (i+1)$  шага поиска;  $\xi_{i+1}$  - вектор случайных чисел:

$$\xi_{i+1} = (0, \dots, 0, \xi_k^{i+1}, \xi_{k+1}^{i+1}, \dots, \xi_1^{i+1}, 0, \dots, 0),$$

где  $\xi_k^{i+1} = \xi_{k+1}^{i+1} = \dots = \xi_1^{i+1} = \Psi$  - случайное равномерно распределенное число, выбираемое из интервала  $[-1, 1]$ ;

$k, \ell$  - случайные числа, распределенные на отрезке  $[1, N]$  и упорядоченные условием  $k \leq \ell$ .

Для регулируемого выбора чисел  $k$  и  $\ell$ , определяющих размерность подпространства, предложена специальная процедура выбора подпространства,

в котором некоторые числовые значения параметров  $\alpha_1, \beta_1, m_1$  позволяют задавать различные закономерности изменения частот  $N_i = f(\alpha_1, \beta_1, m_1, N)$  выбора переменных при  $i=1, N$ .

В двух других алгоритмах использована идея поиска не в одном, а в нескольких подпространствах. В связи с этим можно записать:

в алгоритме А3

$$\Delta x_{i+1} = \begin{cases} \sum_{j=1}^i a \xi_{i+1} & \text{при } (i=0) \vee (|\Delta x_i| = |\Delta x_{i-1}|) \wedge (h > 1); \\ \Delta x_i & \text{при } (\Phi \Phi_{(i-1)} \geq \Phi(x_i)) \vee (g(x_i) \geq 0); \\ \Delta x_i & \text{при } (|\Delta x_i| \neq |\Delta x_{i-1}|) \wedge (h \geq 1); \end{cases}$$

в алгоритме А4

$$\Delta x_{i+1} = \begin{cases} \sum_{j=1}^i a \xi_{i+1} & \text{при } (i=0) \vee (|\Delta x_i| = |\Delta x_{i-1}|) \wedge (h > 1) \vee \\ \vee (\Phi \Phi_{(i-1)} \geq \Phi(x_i)) \wedge (g(x_i) \geq 0); \\ - \Delta x_i & \text{при } (|\Delta x_i| \neq |\Delta x_{i-1}|) \wedge (h \geq 1), \end{cases}$$

В этих алгоритмах на каждом шаге поиска общее приращение равно сумме приращений  $t$ -подпространства, где  $t$ -равновероятное целое случайное число, принимающее значение 1, 2 или 3. Для каждого  $j$ -подпространства, размерность которого определяется случайными целыми числами  $k_j$  и  $\ell_j$ , равномерно распределенными на отрезке  $[1, N]$  и упорядоченными условием  $k_j \leq \ell_j$ , вектор случайных чисел:

$$\xi_{i+1}^j = (0, \dots, 0, \xi_{k_j}^{i+1}, \xi_{k_j+1}^{i+1}, \dots, \xi_{\ell_j}^{i+1}, 0, \dots, 0),$$

где  $\xi_{k_j}^{i+1} = \xi_{k_j+1}^{i+1} = \dots = \xi_{\ell_j}^{i+1} = \psi_j$  - случайное число, равномерно распределенное на отрезке  $[-1, 1]$ .

Алгоритмы А5, А6, А7, А8 аналогичны соответственно алгоритмам А1, А2, А3, А4 и отличаются от них наличием адаптации рабочего шага в ходе

поиска. В этих алгоритмах, при достижении заданного числа последовательных неудачных шагов поиска, происходит дробление (уменьшение в два раза) максимальной величины шага поиска. Прекращение поиска локального минимума функции с использованием описанных алгоритмов осуществляется по заданному числу расчетов значения функции, а также по минимальной величине относительного шага поиска (в алгоритмах с дроблением шага поиска).

Предлагаемые алгоритмы метода случайного поиска экстремального значения функции нескольких переменных в ограниченной области реализованы в пакете прикладных программ.

Таким образом, сформулирован общий подход к построению математических моделей СП СОЖ. Предлагаемый подход позволяет учитывать как детерминированные, так и стохастические особенности СП СОЖ. Разработанная базовая математическая модель (2.10) системы применения СОЖ открыта для включения моделей систем подготовки СОЖ, их контроля и диагностики, а также может быть дополнена моделью влияния СП СОЖ на показатели основного производства, что в свою очередь позволит перейти к постановке и решению задач оптимального синтеза и управления СП СОЖ, а также оценки их технико-экономической эффективности.

Разработанные алгоритмы и программные средства для решения задач однокритериальной многопараметрической оптимизации функции нескольких вещественных переменных в ограниченной области рекомендуются для использования при автоматизированном оптимальном синтезе систем применения СОЖ.

Для этого требуется дополнительная проработка концептуальных вопросов моделирования систем применения СОЖ, их анализ и синтез с учетом реальных условий машиностроительного производства, которые могут быть выражены в виде дополнительных функциональных ограничений (детерминированных и стохастических). Разработка средств оптимизации при использовании сложных функционалов, выражающих взаимосвязь

параметров модели и систем ограничений, позволяет решать задачу оптимального синтеза с участием пользователя на различных стадиях решения, что дает возможность осуществлять автоматизированный поиск решения, не ограничивая общности решения задачи.

## **2.2 Вероятностное моделирование развития сложных технологических систем**

Необходимость прогнозирования развития сложных многофакторных систем (каковыми являются и СП СОЖ) предопределяет необходимость изучения закономерностей их развития, которые удобно представлять в виде функции развития. В предлагаемой модели развития СП СОЖ впервые использован нормально-логарифмический закон развития вместо трехпараметрических уравнений [41].

Развитие сложных систем, в соответствии с [42], можно описать обыкновенным дифференциальным уравнением Бернулли

$$\frac{dy}{dt} = p(t) + q(t)y^2, \quad (2.27)$$

где  $y$  - анализируемый показатель развития;  $p(t)$ ,  $q(t)$ - коэффициенты.

Коэффициенты  $p(t)$ ,  $q(t)$  представляют в виде:

$$p(t) = Ae^{\alpha t}, \quad q(t) = Be^{\alpha t},$$

где  $\alpha \neq 0, B \neq 0, A$  - некоторые константы.

При этом уравнение (2.27) примет следующий вид

$$\frac{dy}{dt} = Ae^{\alpha t}y + Be^{\alpha t}y^2 \quad (2.28)$$

Уравнение (2.28) решим с помощью подстановки  $y = U(t) \cdot V(t)$ :

$$U'V + UV' - Ae^{\alpha t}UV = Be^{\alpha t}U^2V^2$$

Полученное уравнение преобразуем к виду

$$U'V + U[V' - Ae^{\alpha t}V] = Be^{\alpha t}U^2V^2 \quad (2.29)$$

Функцию  $V = V(t)$  подберем так, чтобы разность в квадратных скобках уравнения (2.29) обратилась в 0, для чего нужно решить следующее уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{dV}{dt} = Ae^{\alpha t} V; \quad \frac{dV}{dV} = Ae^{\alpha t} dt;$$

$$\ln V = \int Ae^{\alpha t} dt; \quad \ln V = \int \frac{A}{\alpha} e^{\alpha t} + c_1;$$

Полагая  $c_1 = 0$ , получим

$$V(t) = \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right); \quad (2.30)$$

После подстановки (2.30) в уравнение (2.29) последнее становится уравнением с разделяющимися переменными:

$$U' = Be^{\alpha t} U^2 \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right);$$

$$\frac{dU}{U^2} = Be^{\alpha t} \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right) dt;$$

$$\frac{1}{U} + c_2 = \frac{B}{\alpha} \int \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right) d(e^{\alpha t});$$

$$-\frac{1}{U} + c_2 = \frac{B}{A} \int \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right) d\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right); \quad (2.31)$$

$$-\frac{1}{U} + c_2 = \frac{B}{A} \int \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right);$$

$$U = \frac{1}{c_2 - \frac{B}{A} \int \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right)};$$

Теперь, учитывая (2.30), получим решение (2.28) в виде

$$y = \frac{\exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right)}{c_2 - \frac{B}{\alpha} \exp\left(\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right)} = \frac{1}{c_2 \exp\left(-\frac{A}{\alpha} e^{\alpha t}\right) - \frac{B}{A}};$$

$$y = \frac{\frac{1}{c_2}}{\exp\left(-\frac{A}{\alpha} e^{at}\right) - \frac{BA}{c_2}}. \quad (2.32)$$

Поскольку уравнение (2.28) помимо  $t$  содержит три параметра -  $\alpha, A, B$ , то его решение (2.32) является четырехпараметрическим семейством функций. Введя новые параметры  $\alpha = 1/c_2$ ,  $b = A/a$ ,  $\alpha_1 = -BA/c_2$ , запишем решение уравнения (2.28) в виде функции

$$y(t) = \frac{\alpha}{\exp(vx^{at}) + \alpha_1}. \quad (2.33)$$

В [43] показано, что развитие сложных систем описывается так называемой  $S$ - функцией. Функция (2.33) будет  $S$ -функцией тогда и только тогда, когда параметры  $\alpha, a, v, \alpha_1$  удовлетворяют одному из трех условий:

$$1) \quad \alpha < 0, a > 0, v > 0, \alpha_1 > -1, e^B (v - 1) > \alpha_1 (v + 1); \quad (2.34)$$

$$2) \quad \alpha < 0, a < 0, v < 0, \alpha_1 < -1, e^B (v - 1) < \alpha_1 (v + 1); \quad (2.35)$$

$$3) \quad \alpha > 0, a > 0, v < 0, \alpha_1 > 0, e^B (v - 1) < \alpha_1 (v + 1). \quad (2.36)$$

Исследуем поведение функции (2.33) при  $t \rightarrow +\infty$ :

а) если  $\alpha < 0$ , то  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{at} = 0$ ; поэтому  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = a/(1 + \alpha_1)$ ;

б) если  $\alpha > 0$ ,  $b < 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} be^{at} = -\infty$ ; поэтому  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = a/a_1$ ;

Наложив на функцию (2.33) при  $t \rightarrow +\infty$  условие  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 1$ , получим

следующие формулы связи между  $\alpha$  и  $\alpha_1$ :  $\alpha = \alpha_1 + 1$  при  $\alpha < 0$ ;  $a = a_1$  при  $\alpha > 0$ . Тем самым условия (2.34) — (2.36) можно преобразовать к виду

$$\alpha < 0, a > 0, v > 0, \alpha_1 = a - 1, e^B (v - 1) - (a - 1)(v + 1) > 0;$$

$$\alpha < 0, a < 0, v < 0, \alpha_1 = a - 1, e^B (v - 1) - (a - 1)(v + 1) < 0;$$

$$\alpha > 0, a > 0, v < 0, \alpha_1 = a - 1, e^B (v - 1) - (a - 1)(v + 1) < 0;$$

Полученные условия можно записать более компактно, если ввести величину:

$$B_1 = \begin{cases} e^B (B-1) - (a-1)(B+1), & \alpha < 0; \\ e^B (B-1) - a(B+1), & a > 0. \end{cases}$$

Тогда справедлива следующая лемма: функция (2.33) будет S-функцией тогда и только тогда, когда параметры  $\alpha, a, b, \alpha$  удовлетворяют условиям:

$$a\alpha < 0, \quad bb_1 < 0, \quad a_1 = \begin{cases} a-1, & \alpha < 0; \\ a, & \alpha > 0. \end{cases} \quad (2.37)$$

При этом, в случае  $\alpha < 0$  будем называть (2.33) S-функцией 1-го типа, а в случае  $\alpha > 0$  - 2-го типа.

Считая, что для S-функции (2.33) выполнено дополнительное условие  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 1$ , аппроксимируем её функцией распределения нормально-логарифмического закон:

$$F(t) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\ln t - m_\sigma}{\sigma}\right)$$

где  $m_\sigma, \sigma$  - параметры нормально-логарифмического закона;

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\tau^2/2} d\tau - \text{функция Лапласа.}$$

Аппроксимацию проведем по методу наименьших квадратов, минимизируя по параметрам  $m_\sigma, \sigma$  следующую функцию качества:

$$Q(m, \sigma) = \sum_{k=1}^n \left[ \Phi\left(\frac{\ln t_k - m}{\sigma}\right) + \frac{1}{2} - y(t_k) \right]^2, \quad (2.38)$$

где  $\{y(t_k)\}, (k = \overline{1, n})$  - множество значений S-функции в наперед выбранных  $n$  точках - узлах аппроксимации:  $t_1, t_2, \dots, t_n$ .

Аналитическое решение поставленной задачи невозможно, поэтому решим её численным методом. Это решение состоит из трех этапов:

- 1) ввод параметров  $\alpha, a, b$  и проверка выполнимости условий (2.37)
- 2) выбор начального приближения параметров  $m_\sigma, \sigma$ ; 3) уточнение параметров  $m_\sigma, \sigma$ .

Поскольку первый этап в теоретическом плане совершенно ясен, остановимся на втором и третьем этапах.

Второй этап. Для выбора начального приближения параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$  установим приближенную связь между ними. Для этого вычислим значения  $y(t_k)$  и найдем среднее арифметическое трех значений:

$$\bar{y} = 1/3(y_{n_1-1} + y_{n_1} + y_{n_1+1}),$$

где  $n_1$  - целая часть  $n/2$ .

Подберем такое значение аргумента  $x = c_1$ , при котором будет выполнено равенство

$$\bar{y} = 1/2 + \Phi(c_1).$$

Тогда параметры  $m_\sigma$ ,  $\sigma$  можно связать соотношением  $(\text{Int}_{n_1} - m_\sigma)/\sigma = c_1$ , откуда получается следующая приближенная связь между  $m_\sigma$ ,  $\sigma$

$$m_\sigma = \text{Int}_{n_1} - \sigma c_1 \quad (2.39)$$

Теперь вместо функции качества (2.38), зависящей от двух параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$ , получим приближенную функцию качества  $Q_*(\sigma)$ , зависящую только от одного параметра  $\sigma$ :

$$Q_*(\sigma) = \sum_{k=1}^n \left[ \Phi \left( c_1 + \frac{\text{Int}_k - \text{Int}_{n_1}}{\sigma} \right) + \frac{1}{2} - y(t_k) \right]^2$$

Точку минимума  $\sigma = \sigma_0$  функции  $Q_*(\sigma)$  можно найти численным методом. На наш взгляд, наиболее простым в программной реализации является следующий метод: с некоторым шагом  $h_\sigma$  просчитывают значения функции

$Q_*(\sigma)$  в промежутке  $(0, \sigma_{\max})$ , где  $\sigma_{\max}$  - наперед заданное максимально допустимое значение параметра  $\sigma$ . Затем выбирают то значение параметра  $\sigma$ , при котором  $Q_*(\sigma)$  достигает наименьшего значения; это и будет приближенное значение оптимизируемого параметра  $\sigma = \sigma_0$ . Затем, приближенное значение параметра  $m_\sigma = m_0$  нужно уточнить по формуле (2.34).

Третий этап. Находим множество допустимых значений параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$ . Из формулы (2.34) следует, что  $|m_\sigma| \leq |\ln t_{n_1}| + \sigma |c_1|$ . Значит, выбрав  $m_{\max} = |\ln t_{n_1}| + \sigma_{\max} |c_1|$ , получим в качестве области изменения параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$  следующий прямоугольник П:

$$-m_{\max} \leq m_\sigma \leq m_{\max}, \quad 0 \leq \sigma \leq \sigma_{\max}. \quad (2.40)$$

Теперь для уточнения параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$  можно воспользоваться следующим алгоритмом. Выберем  $n_0$  направлений изменения параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$  и вдоль каждого направления с шагом  $h$  вычислим значения функции качества  $Q(m_\sigma, \sigma)$ . Поиск по каждому направлению ведется до тех пор, пока точка  $m_\sigma$ ,  $\sigma$  находится внутри прямоугольника П (рис. 2.4). Среди всех выделенных точек выберем точку, в которой значение функции качества  $Q(m_\sigma, \sigma)$  будет минимальным (на рис. 2.4 она помечена звездочкой). Эта точка дает уточненные значения параметров  $m_\sigma$ ,  $\sigma$ .

При желании можно снова повторить поиск в  $n_0$  направлениях, выбрав в качестве начальной точку (\*), и т.д.

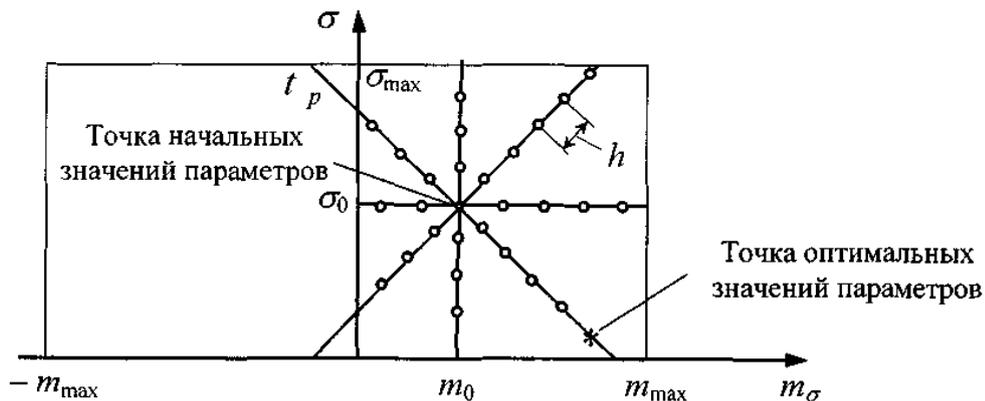


Рисунок 2.4 – Схема уточнения начальных значений параметров  $m$ ,  $\sigma$ .

Направления поиска можно выбрать с помощью задания направляющих косинусов:  $\cos 2\pi k / n_0$ ,  $\sin 2\pi k / n_0$ ,  $k = 0, 1, \dots, n_0 - 1$ .

Поиск параметров при

$$m_\sigma = m_0 + \beta \cos \frac{2\pi k}{n_0}, \quad \sigma = \sigma_0 + \beta \sin \frac{2\pi k}{n_0}, \quad (2.41)$$

Этом будем осуществлять по зависимостям: где  $\beta = h, 2h, 3h, \dots$

Для каждого  $k$  вычисления по формулам (2.41) ведем до тех пор, пока выполняются условия (2.40)

$$m_{\sigma} + m_{\max} \geq 0, m_{\max} - m_{\sigma} \geq 0, \sigma > 0, \sigma_{\max} - \sigma \geq 0. \quad (2.42)$$

При желании полученное приближение можно уточнить, используя градиентный метод поиска минимума функции качества. Уточнение проводится по формулам:

$$m_{\sigma} = m_{*} - \beta_{*} \frac{\partial Q}{\partial m_{\sigma}}; \sigma = \sigma_{*} - \beta_{*} \frac{\partial Q}{\partial \sigma}, \quad (2.43)$$

где  $(m_{*}, \sigma_{*})$  - оптимальная точка, полученная на предыдущем шаге приближения по формулам (2.41),  $\beta_{*} = h_1, 2h_1, 3h_1, \dots$ , где  $h_1 \ll h$  - новый шаг поиска, а частные производные вычисляются по формулам

$$\frac{\partial Q}{\partial m_{\sigma}} = -\frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\ln t_k - m_{\sigma}}{\sigma}\right) - y(t_k) \right] \cdot e^{-\frac{(\ln t_k - m_{\sigma})^2}{2\sigma^2}}; \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma} = -\frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\ln t_k - m_{\sigma}}{\sigma}\right) - y(t_k) \right] \cdot e^{-\frac{(\ln t_k - m_{\sigma})^2}{2\sigma^2}} \times \frac{\ln t_k - m_{\sigma}}{\sigma}.$$

Следует отметить, что уточнение точки оптимума градиентным методом, как показали контрольные расчеты, потребовало больших затрат машинного времени по сравнению с предыдущими шагами при незначительном улучшении точности найденных параметров. Поэтому при решении практических задач последний шаг поиска лучше не подключать.

Приведенный алгоритм решения задачи реализован в программе на алгоритмическом языке С.

В качестве примера рассмотрим далее аппроксимацию функции развития

$S(t) = \frac{a}{e^{be^{\infty}} + a_1}$  функцией распределения нормально-логарифмического закона:

$$S(t) = K \left[ \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\ln t - m_{\sigma}}{\sigma}\right) \right], \quad (2.45)$$

где  $K$  - параметр аппроксимации.

При  $x > 0$  функцию Лапласа с достаточной степенью точности можно аппроксимировать по формуле:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2}(1 - e^{-\gamma x}),$$

где  $\gamma > 0$  - параметр аппроксимации.

Но так как  $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ ,  $x \in (-\infty, \infty)$ , то для аппроксимации функции Лапласа для всех  $x \in (-\infty, \infty)$ , используем следующие зависимости:

$$\Phi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - e^{-\gamma x}), & \text{если } x > 0; \\ \frac{1}{2}(e^{\gamma x} - 1), & \text{если } x \leq 0. \end{cases} \quad (2.46)$$

Преобразуем формулу (2.45) с учетом (2.46). Пусть  $\ln t > m_\sigma$ , тогда  $x = (\ln t - m_\sigma)/\sigma > 0$ , и значит:

$$S(t) = K \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( 1 - e^{-\gamma \frac{\ln t - m_\sigma}{\sigma}} \right) \right] = \frac{1}{2} \cdot K \left[ 2 - t^{-\frac{\gamma}{\sigma}} (e^{m_\sigma})^{\frac{\gamma}{\sigma}} \right] = A \left[ 2 - \left( \frac{t_p}{t} \right)^\beta \right],$$

где  $A = 1/2 \cdot K$ ,  $t_p = e^{m_\sigma}$ ,  $\beta = \gamma/\sigma > 0$  - новые параметры аппроксимации.

Пусть  $\ln t \leq m_\sigma$ , тогда  $x = (\ln t - m_\sigma)/\sigma \leq 0$ , и, следовательно,

$$S(t) = K \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( e^{-\gamma \frac{\ln t - m_\sigma}{\sigma}} - 1 \right) \right] = A \left( \frac{t}{t_p} \right)^\beta$$

Таким образом, вместо (2.45) получили новые аппроксимационные зависимости для функции развития  $S(t)$ :

$$S(t) = \begin{cases} A \left( \frac{t}{t_p} \right)^\beta, & 0 \leq t \leq t_p \\ A \left[ 2 - \left( \frac{t_p}{t} \right)^\beta \right], & t > t_p \end{cases} \quad (2.47)$$

Несмотря на то, что аппроксимация (2.47) задана двумя зависимостями, она является гладкой. Лишь вторая производная  $S''(t)$  терпит разрыв в точке  $t_0$ . В самом деле:

$$\lim_{t \rightarrow t_{p-0}} S(t) = \lim_{t \rightarrow t_{p+0}} A \left( \frac{t_p}{t} \right)^\beta = A,$$

$$\lim_{t \rightarrow t_{p+0}} S(t) = \lim_{t \rightarrow t_{p+0}} A \left[ 2 - \left( \frac{t_p}{t} \right)^\beta \right] = A,$$

т.е. непрерывность  $S(t)$  доказана. Найдем  $S'(t)$ :

$$S'(t) = \begin{cases} \frac{A\beta}{t_p} \left( \frac{t}{t_p} \right)^{\beta-1}, & 0 \leq t \leq t_p \\ \frac{A\beta t_p}{t^2} \left( \frac{t_p}{t} \right)^{\beta-1}, & t > t_p \end{cases}$$

Вычислим:

$$\lim_{t \rightarrow t_{p-0}} S'(t) = \lim_{t \rightarrow t_{p-0}} \frac{A\beta}{t_p} \left( \frac{t}{t_p} \right)^{\beta-1} = \frac{A\beta}{t_p},$$

$$\lim_{t \rightarrow t_{p+0}} S'(t) = \lim_{t \rightarrow t_{p+0}} \frac{A\beta t_p}{t^2} \left( \frac{t_p}{t} \right)^{\beta-1} = \frac{A\beta}{t_p},$$

отсюда следует непрерывная дифференцируемость  $S(t)$  для всех  $t > 0$ .

Найдем  $S''(t)$ :

$$S''(t) = \begin{cases} \frac{A\beta(\beta-1)}{t_p^2} \left( \frac{t}{t_p} \right)^{\beta-2}, & \text{если } t > t_p \\ -\frac{A\beta(\beta+1)}{t^4} t_p^2 \cdot \left( \frac{t_p}{t} \right)^{\beta-2}, & \text{если } t \leq t_p \end{cases}$$

Вычислим:

$$\lim_{t \rightarrow t_{p-0}} S''(t) = \lim_{t \rightarrow t_{p-0}} \frac{A\beta(\beta-1)}{t_p^2} \left( \frac{t}{t_p} \right)^{\beta-2} = \frac{A\beta(\beta-1)}{t_p^2},$$

$$\lim_{t \rightarrow t_p+0} S''(t) = \lim_{t \rightarrow t_p+0} \frac{-A\beta(\beta+1)}{t^4} t_p^2 \left(\frac{t_p}{t}\right)^{\beta-2} = -\frac{A\beta(\beta+1)}{t_p^2},$$

Отсюда следует, что в точке  $t_p$  функция  $S''(t)$  терпит разрыв, и скачок равен:

$$\delta \cdot (t_p) = \lim_{t \rightarrow t_p+0} S''(t) - \lim_{t \rightarrow t_p-0} S''(t) = -\frac{2A\beta}{t_p^2}.$$

Кроме того, можно видеть, что  $S''(t) > 0$  при  $t < t_p$ ,  $S''(t) < 0$  при  $t > t_p$ , т.е.  $t = t_p$  - точка перегиба. Отметим, что на начальном участке кривой ( $t \leq t \leq t_p$ ) величина параметра  $t_p$  неизвестна. Поэтому имеет смысл преобразовать формулы (2.42) к виду:

$$S(t) = \begin{cases} Bt^\beta, & 0 \leq t \leq t_p \\ Bt_p^\beta \left(2 - \frac{t_p^\beta}{t^\beta}\right), & t > t_p \end{cases} \quad (2.48)$$

где  $B = At_p^{-\beta}$ .

Параметры аппроксимации  $\beta, t_p, B$  в формуле (2.48) находят комбинированным методом, объединяющим метод поиска и метод наименьших квадратов: параметры  $\beta, t_p$  находят методом поиска, а параметр  $B$  - методом наименьших квадратов.

Итак, пусть функция развития  $S(t)$  задана таблицей своих значений в равноотстоящих точках  $t_1, t_2 = t_1 + \Delta t, \dots, t_n = t_{n-1} + \Delta t$ , где  $\Delta t$  - шаг параметра  $t$ :

$t$	$t_1$	$t_2$	...	$t_n$
$S(t)$	$y_1$	$y_2$	...	$y_n$

Допустим, что параметры  $\beta, t_p$  в формуле (2.48) уже найдены.

Обозначим

$$\varphi(t) = \begin{cases} t^\beta, 0 \leq t \leq t_p \\ t_p^\beta \left( 2 - \frac{t_p^\beta}{t^\beta} \right), t > t_p \end{cases} \quad (2.49)$$

Тогда формула (2.48) примет вид  $Q = B\varphi(t)$ .

Параметр  $B$  подберем так, чтобы функция качества

$$Q = \sum_{i=1}^n [B\varphi(t_i) - y_i]^2 \quad (2.50)$$

принимала наименьшее значение. Это означает, что

$$\frac{\partial Q}{\partial B} = 2 \sum_{i=1}^n [B\varphi(t_i) - y_i] \varphi(t_i) = 0$$

Отсюда получаем формулу для вычисления  $B$ :

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \varphi(t_i)}{\sum_{i=1}^n \varphi^2(t_i)}. \quad (2.51)$$

Параметры  $\beta, t_p$  отыщем методом направленного поиска. При этом заранее следует принять одну из гипотез: либо аппроксимируемая  $S(t)$  - кривая имеет точку перегиба, и тогда ее следует искать, либо аппроксимируется начальный участок кривой, где нет точки перегиба. Рассмотрим обе ситуации.

Пусть аппроксимируемый участок  $S(t)$  - кривой не имеет точки перегиба.

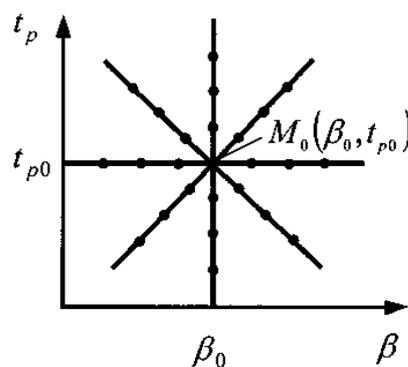
Тогда  $S(t) = Bt^\beta$ , а функция качества  $Q$ , согласно (2.50), должна иметь вид:

$$Q = \sum_{i=1}^n (Bt_i^\beta - y_i)^2. \quad (2.52)$$

Заменив в (2.52) параметр  $B$  по формуле (2.51), получим зависимость функции качества  $Q$  от одного параметра  $\beta$ . Причем, согласно постановке задачи,  $\beta \geq 0$ . Выбрав начальное приближение параметра  $\beta = \beta_0$ , найдем то направление изменения параметра  $\beta$ , в котором функция качества (2.52) убывает. В этом направлении двигаемся с шагом  $h$  до тех пор, пока

выполняется неравенство  $\beta \geq 0$  и убывает функция качества  $Q$ . Найденное таким образом значение параметра  $\beta = \beta_{\text{опт}}$  будет оптимальным с определенной точностью. Для уточнения параметра  $\beta_{\text{опт}}$  можно повторить ту же процедуру поиска, но с более мелким шагом из нового начального приближения  $\beta = \beta_{\text{опт}}$ .

Пусть теперь аппроксимируемый участок  $S(t)$ -кривой имеет точку перегиба. Значит, согласно (2.49), функция качества (2.50) зависит от трех параметров  $\beta, t_p, B$ . После замены параметра  $B$  по формуле (2.51) получим зависимости  $Q$  от двух параметров -  $\beta, t_p$ . Причем, согласно постановке задачи,  $\beta \geq 0, t_p > 0$ . Выбрав начальное приближение параметров  $\beta = \beta_0, t = t_{p0}$ , найдем оптимальные значения  $\beta = \beta_{\text{опт}}, t_p = t_{p \text{ опт}}$  по  $k$  наперед выбранным направлениям (рис. 2.5). Для этого на плоскости переменных  $\beta, t_p$  зададим  $k$  направлений, например, с помощью направляющих косинусов. Двигаясь вдоль каждого направления с шагом  $h$  до тех пор, пока либо нарушится одно из условий  $\beta \geq 0, t_p > 0$ , либо функция качества  $Q$  не начнет возрастать, получим тем самым на каждом направлении точку локального минимума функции качества  $Q$ . Выбрав среди них наименьшую, найдем оптимальные значения параметров  $\beta = \beta_{\text{опт}}, t_p = t_{p \text{ опт}}$  с определенной точностью. Для уточнения этих параметров можно повторить поиск с более мелким шагом  $h_1 < h$ , взяв за начальное приближение  $\beta = \beta_{\text{опт}}, t_p = t_{p \text{ опт}}$  и т.д.



Риснок 2.5 – Схема направлений поиска

Важнейшим для успешного поиска параметров аппроксимации является достаточно хороший выбор начальных значений параметров. Можно предложить следующий алгоритм решения этой задачи: во-первых, следует установить, имеется на кривой точка перегиба или нет. Для этого достаточно изучить знаки конечных разностей

$$\Delta^2 y_i = y_{i+1} - 2y_i + \Delta y_{i-1}, (i = \overline{2, n-1}). \quad (2.53)$$

Так как  $t_i = i \cdot \Delta t$  и в точке перегиба происходит смена знака второй производной, то, путем линейной аппроксимации функции на участке смены знака второй производной, найдем начальное приближение для точки перегиба:

$$t_{p0} = t_{i_0} - \Delta t \frac{\Delta^2 y_{i_0}}{\Delta^2 y_{i_0+1} - \Delta^2 y_{i_0}},$$

где  $i_0$  - номер точки  $t_i$ , где впервые будет выполнено неравенство

$$\Delta^2 y_i \Delta^2 y_{i+1} < 0; \quad (2.54)$$

при этом следует иметь в виду, что случайный выброс какого-либо значения  $y_i$  аппроксимируемой функции может существенным образом изменить картину и определить точку перегиба гораздо раньше, чем она есть на самом деле. Чтобы компенсировать случайные выбросы значений  $y_i$ , следует предварительно их сгладить по формулам:

$$y_1^* = y_1, \quad y_n^* = y_n, \quad y_i^* = 1/2(y_{i-1} + y_{i+1}), \quad (i = \overline{2, n-1})$$

Во-вторых, следует определить начальное приближение параметра  $\beta$ . Для этого используем начальный участок кривой, на котором:

$$y_i = B \cdot t_i^\beta; \quad (i = 1, 2, \dots, i_0),$$

где  $i_0$  - значение параметра  $i$ , для которого выполняется неравенство (2.54). Так как при  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$(t_1 + \Delta t)^\beta = t_1^\beta \left(1 + \frac{\Delta t}{t_1}\right)^\beta \approx t_1^\beta \left(1 + \beta \frac{\Delta t}{t_1}\right) = t_1^\beta + \beta \cdot t_1^{\beta-1} \Delta t,$$

то, очевидно, конечную разность  $\Delta y_i$  можно представить в виде:

$$\Delta y_i = B(t_i + \Delta t)^\beta - B \cdot t_i^\beta \approx B \cdot \beta \cdot t_i^{\beta-1} \Delta t.$$

Следовательно,

$$\frac{\Delta y_i}{y_i} \approx \frac{B \cdot \beta \cdot t_i^{\beta-1} \Delta t}{B \cdot t_i^\beta} = \beta \frac{\Delta t}{t_i} = \beta \frac{\Delta t}{i \cdot \Delta t} = \frac{\beta}{i},$$

откуда  $\beta \approx i \Delta y_i / y_i$ .

Усредняя это равенство по всем  $I$  ( $i = \overline{1, n-1}$ ), получим формулу для определения начального приближения параметра  $\beta$ :

$$\beta_0 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} i \frac{y_{i+1} - y_i}{y_i}.$$

Качество аппроксимации  $S(t)$ -кривой зависимостью (2.48) было проверено на контрольном примере, содержащем 14 вариантов  $S(t)$ -кривых. Параметры  $a, b, \alpha, \alpha_1$  для  $S(t)$ -кривых подбирали таким образом, чтобы охватить все модельные случаи отношения параметров друг к другу.

Для каждого из вариантов шаг  $\Delta t$  подбирали таким образом, чтобы двадцатью значениями функции охватить весь промежуток изменения  $S(t)$ -функции.

Таблица 2.5 – Аппроксимация  $S(t)$ -функций

№ Варианта	Параметры $S(t)$				$\Delta t$	Параметры аппроксимации			Дисперсия невязки $\sqrt{Q/n}$
	$a$	$b$	$\alpha$	$\alpha_1$		$\beta$	$B$	$t_p$	
1	5	3	-1	4	0,2	0,25989	0,73573	-	0,00598
2	2	2	-0,01	1	50	0,00243	0,61912	850,036	0,13151
3	1	20	-0,1	0	5	0,00494	0,63999	36,957	0,32214
4	0,001	1,1	-5	-0,99	0,2	0,88522	0,37313	5,56065	0,17276
5	0,1	10	-1	-0,9	0,5	1,28400	0,06510	11,2810	0,10332
6	-0,01	-0,2	-0,1	-1,01	5	1,80000	0,40936	-	0,24174
7	-3	-1	-2	-4	0,05	0,11522	0,99597	0,29817	0,03929
8	-5	-2	-0,1	-6	2	0,00151	0,93890	8,34816	0,05323
9	-0,1	-0,1	-1	-1,1	0,5	0,07443	0,84954	-	0,05378
10	1	-0,3	0,1	1	2	0,16240	0,54725	-	0,05770
11	1	-0,3	1	1	0,2	0,03000	0,80000	2,00000	0,08632
12	10	-0,3	1	10	0,25	0,00553	0,96266	2,29871	0,022339
13	0,1	-0,2	0,1	0,1	2	0,00884	0,44752	28,81841	0,22009
14	0,1	-0,2	5	0,1	0,05	1,170544	1,24929	1,17054	0,10419

На ЭВМ рассчитали параметры аппроксимации  $\beta$ ,  $B$ ,  $t$  и величины дисперсии невязки  $\sqrt{Q/n}$  для всех 14 вариантов (табл. 2.5).

С помощью ЭВМ были просчитаны массивы значений аппроксимационных кривых. Для каждого из 14 вариантов рассчитывали массив значений  $S(t)$ -функции (массив  $Y$ ) и соответствующий ему массив значений аппроксимационной кривой (массив  $Z$ ), а также величины параметров кривых и параметров аппроксимации. Анализ массивов исходных значений  $Y$  и аппроксимационных кривых  $Z$  показал, что в большинстве случаев аппроксимационные кривые удовлетворительно согласуются с  $S$ -кривыми.

Разработанные модели и алгоритмы могут быть полезны при обработке статистических данных и выявлении тенденций развития сложных систем.

### **2.3 Математическое моделирование патронного магнитного сепаратора**

Для создания патронного магнитного сепаратора (ПМС) с высокоэффективной очисткой СОЖ от ферромагнитных примесей необходимо оптимизировать конструктивные параметры его магнитной системы. Так как сепарация феррочастиц в ПМС является сложным процессом, то решить эту задачу с наименьшими затратами можно с помощью математического моделирования процесса патронной магнитной сепарации [44,45]. Это позволит перейти от заданных свойств СОЖ и механических примесей, качества и производительности очистки к определению оптимальных режимов сепарации и конструктивных параметров ПМС.

При моделировании магнитного сепаратора ферромагнитные частицы будем рассматривать как материальные точки, так как размеры механических примесей значительно меньше размеров магнитной системы сепаратора.

Пусть в момент времени / частица находится в точке  $M(x, y)$  (рис. 2.6).

За время  $\Delta t$  частица сместится в точку  $M_1(x + \Delta x, y + \Delta y)$ . Вектор перемещения феррочастицы:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_1(t) + \vec{r}_2(t) - \vec{r}_0, \quad (2.55)$$

где  $\vec{r}_1(t)$  - вектор перемещения частицы вдоль линии тока жидкости, м;

$\vec{r}_2(t)$  - вектор перемещения частицы под действием магнитной силой, м;

$\vec{r}_0 = \vec{r}_1(0)$  - вектор начального положения частицы, м.

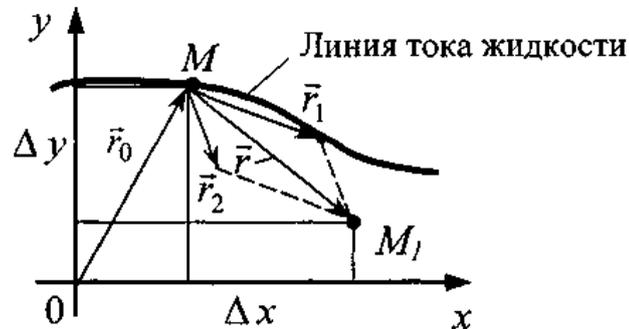


Рисунок 2.6 – К расчету траектории движения ферромагнитной частицы

Разделив все члены уравнения (2.55) на  $\Delta t$  и перейдя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получим:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} + \frac{d\vec{r}_2}{dt}, \quad (2.56)$$

причем

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left\{ \frac{dx_1}{dt}, \frac{dy_1}{dt} \right\} = \{v_x, v_y\}, \quad (2.57)$$

где  $v_x, v_y$  — проекции вектора скорости жидкости.

В магнитогидродинамическом поле движение частицы подчиняется второму закону динамики:

$$m \frac{d\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_M + \vec{F}_c, \quad (2.58)$$

где  $m$  - масса феррочастицы, кг;

$\vec{F}_M$  - вектор силы притяжения феррочастицы в магнитном поле, Н;

$\vec{F}_c$  - вектор силы сопротивления движению феррочастицы, Н.

Силу  $\bar{F}_m$  вычислим так же, как в [46], а  $\bar{F}_c$  - по формуле Буссинеска [47] для неустановившегося движения, т.е. когда  $v_2 = v_2(t)$ :

$$\bar{F}_m = \frac{1}{2} \mu_0 \chi V_\phi \text{grad} |\bar{H}|^2; \quad (2.59)$$

$$\bar{F}_c = -6\pi\eta R \bar{v}_2 - \frac{4}{3} \pi \rho R^3 \bar{v}_2 - 6\pi\eta_0 R \times \left[ \frac{R\sqrt{\rho}}{\sqrt{\pi\eta}} \cdot \int_0^t \frac{\bar{v}_2(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} - 2R^2 \sqrt{\frac{\pi\eta\rho}{t}} \cdot \bar{v}_2(0) \right], \quad (2.60)$$

где  $\mu_0$  - магнитная постоянная, Гн/м;

$\chi$  - магнитная восприимчивость феррочастицы;

$V_\phi$  - объем феррочастицы, м<sup>3</sup>;

$|\bar{H}|$  - напряженность магнитного поля, А/м;

$R$  - радиус феррочастицы, м;  $\rho$  - плотность СОЖ, кг/м<sup>3</sup>;

$\bar{v}_2 = d\bar{r}_2/dt$  - вектор скорости перемещения феррочастицы под действием магнитного поля, м/с;

$t$  - время движения феррочастицы в магнитном поле сепаратора, с;

$\tau$  - переменная интегрирования, с.

Первое слагаемое в зависимости (2.60) представляет собой формулу Стокса при стационарном обтекании, второе - учитывает присоединенную массу жидкости. Магнитная восприимчивость  $\chi$  зависит от  $|\bar{H}|$  и  $R$  следующим образом:

$$\chi = \begin{cases} \frac{2 \cdot 10^3 R |\bar{H}|}{3} & 0 \leq |\bar{H}| \leq 3 \cdot 10^4; \\ \frac{2 \cdot 10^3 R}{7} (10^5 - |\bar{H}|) & 3 \cdot 10^4 \leq |\bar{H}| \leq 10^5; \\ 0 & |\bar{H}| \geq 10^5. \end{cases} \quad (2.61)$$

В скалярной форме уравнение движения частицы под влиянием действующих на неё сил примет следующий вид:

$$\begin{cases}
x_1' = v_x(x, y); \\
y_1' = v_y(x, y); \\
\left(m_0 + \frac{4}{3}\pi\rho R^3\right)x_2'' = F_{m_x}(x, y) - 6\pi\eta R x_2' - 6\pi\eta R \times \\
\left[\frac{R\sqrt{\rho}}{\sqrt{\pi \cdot \eta}} \int_0^t \frac{x_2''(\tau)d\tau}{\sqrt{t-\tau}} - 2R^2 \sqrt{\frac{\pi\eta\rho}{t}} \cdot x_2'(0)\right]; \\
\left(m + \frac{4}{3}\pi\rho R^3\right)y_2'' = F_{m_y}(x, y) - 6\pi\eta R y_2' - 6\pi\eta R \times \\
\left[\frac{R\sqrt{\rho}}{\sqrt{\pi \cdot \eta}} \int_0^t \frac{y_2''(\tau)d\tau}{\sqrt{t-\tau}} - 2R^2 \sqrt{\frac{\pi\eta\rho}{t}} \cdot y_2'(0)\right]; \\
x = x_1 + x_2 - x_0; \\
y = y_1 + y_2 - y_0.
\end{cases} \quad (2.62)$$

В случае, когда рабочими элементами магнитного сепаратора являются стержни круглого сечения, проекции вектора скорости жидкости определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
\frac{v_x}{v_\infty} &= 1 - \alpha(\tilde{x}, \tilde{y}) \left( \cos 2\pi\tilde{y}ch 2\pi\tilde{x} - \cos \frac{2\pi\lambda}{l} \right); \\
\frac{v_y}{v_\infty} &= -\alpha(\tilde{x}, \tilde{y}) \sin 2\pi\tilde{y}sh 2\pi\tilde{x}; \\
\alpha(\tilde{x}, \tilde{y}) &= \frac{ch \frac{2\pi}{l} - \cos \frac{2\pi\lambda}{l}}{\left( \cos 2\pi\tilde{y}ch 2\pi\tilde{x} - \cos \frac{2\pi\lambda}{l} \right)^2 + (\sin 2\pi\tilde{y}sh 2\pi\tilde{x})^2},
\end{aligned} \quad (2.63)$$

где  $ch = x/L$ ,  $y = y/L$  - безразмерные декартовы координаты;  
 $l$  и  $\lambda = ЦК$  - безразмерные параметры;

$L$  - расстояние между центрами магнитных стержней радиуса  $R$ , м;  $n_q$  - скорость невозмущенного потока, м/с.

Составляющие магнитного поля в этом случае найдем по зависимостям:

$$F_{m_x} = \frac{1}{2} \mu_0 \chi V_\phi \frac{\partial |\overline{H}|^2}{\partial x}; \quad F_{m_y} = \frac{1}{2} \mu_0 \chi V_\phi \frac{\partial |\overline{H}|^2}{\partial y};$$

$$|\overline{H}|^2 = \left( \frac{2\pi\rho_0}{Lv_\infty K'(\kappa)} \right) \left( \frac{v_x^2 + v_y^2}{[4\kappa^2 - 2(1 - \kappa^4) \cos 2v \cdot ch 2u + (1 - \kappa^2)^2 (ch^2 2u + \cos^2 2v)]^{\frac{1}{2}}} \right)$$

$$K'(k) = \int_1^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2 - 1)(1 - k^2 t^2)}}; \quad k = thu(\tilde{x} = e^{-1}, \tilde{y} = 0);$$

$$v = v(\tilde{x}, \tilde{y}) = \pi \tilde{y} + \frac{m}{4\pi} \ln \frac{ch 2\pi \tilde{x} - \cos 2\pi(\tilde{y} - \lambda/l)}{ch 2\pi \tilde{x} - \cos 2\pi(\tilde{y} + \lambda/l)};$$

$$u = u(\tilde{x}, \tilde{y}) = \pi \tilde{x} + \frac{m}{4\pi} \arg \left\{ \cos \frac{2\pi\lambda}{l} ch 2\pi \tilde{x} - \cos 2\pi \tilde{y} + i \sin \frac{2\pi\lambda}{l} sh 2\pi \tilde{x} \right\};$$

$$m = 2\pi \frac{sh^2 \frac{\pi}{l} + \sin^2 \frac{\pi\lambda}{l}}{\sin \frac{\pi\lambda}{l}};$$

где  $\varphi_0$  - потенциал магнитного поля на поверхности патрона.

Численное решение системы обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений шестого порядка (2.60), приведенных к нормальной форме, выполним на ЭВМ методом Эйлера-Коши по специально разработанной программе. На её базе для наблюдения за движением феррочастицы в рабочей зоне ПМС на экране дисплея была разработана программа визуализации процесса очистки СОЖ [48], позволяющая вести активный контроль за процессом расчета

$$\varphi_0 = |\overline{H}|A/2, \quad (2.64)$$

где  $A$  - расстояние между магнитными элементами (патронами), м.

Поскольку  $\varepsilon$  - характеристика интегральная, а математически можно описать лишь траекторию движения частицы заданного диаметра  $d_\varepsilon$  под влиянием всех действующих на неё в зоне очистки сил, то рассчитать  $\varepsilon$  можно на основе расчета траектории движения частицы [49].

Траектория движения частицы представляет собой геометрическое место точек, через которые последовательно проходит частица. Каждая точка имеет определенные координаты  $x$  и  $y$ . Расчет по математической модели провели с заданием интервала времени  $\Delta t$ . Когда в процессе расчета координаты частицы  $x$  и  $y$  примут значения, принадлежащие поверхности магнитного элемента, это будет означать, что частица извлечена из СОЖ и притянута к поверхности элемента. На печать или на экран дисплея выводится сообщение "Частица отфильтрована", и расчет прекращается.

Начальную координату частицы  $x$  подбирали из условия отсутствия искажения траектории в данной точке, которое неизбежно появится при приближении частицы к патронам (рис. 2.7), путем предварительного численного эксперимента с обязательной визуализацией движения частицы. Чем ближе будет располагаться начальная точка к поверхности элемента (патрона), тем меньше потребуется времени на расчет. Конечную координату частицы  $x$  подбирали также на основе численного эксперимента

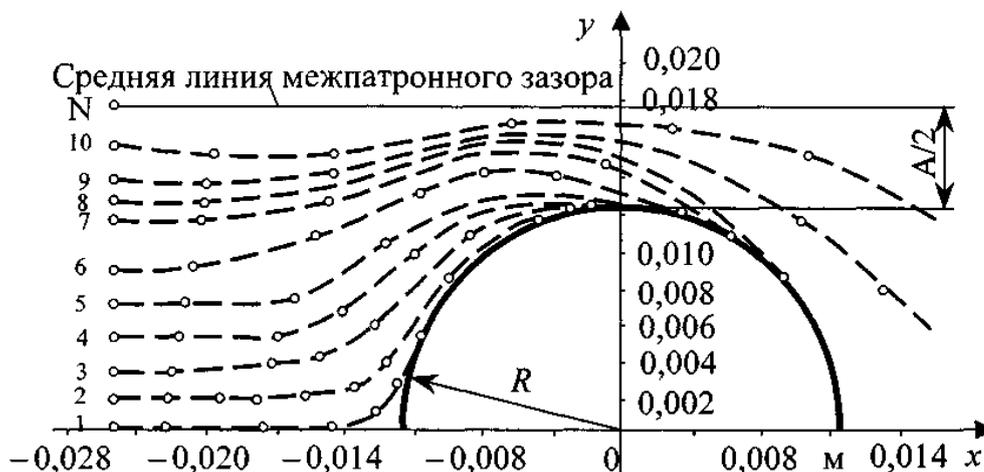


Рисунок 2.7 – Схема к расчету степени очистки СОЖ по числу частиц:  $x$ ,  $y$  - координаты частицы; 1, 2, 3, ... , N- начальные точки траектории частицы; R - радиус магнитного элемента.

Если координаты частицы  $x$  и  $y$ , получаемые в процессе расчета, во всем принятом диапазоне ( $-x$ ,  $+x$ ) будут отличны от координат точек поверхности магнитного элемента, то появляется сообщение "Частица проскочила ловушку".

Чтобы найти степень очистки СОЖ  $\varepsilon$  от частиц диаметром  $d_\varepsilon$  по их числу (в процентах), необходимо выполнить ряд последовательных расчетов. Одиночную частицу помещают сначала в точку 1 (см. рис. 2.7), затем поочередно в точки 2, 3, ..., N, каждый раз рассчитывая её траекторию. При этом в исходных данных изменяют лишь один параметр - координату  $y$ : его увеличивают для каждого нового расчета на определенную величину (чем она меньше, тем точнее будет значение  $\varepsilon$ ) от 0 (точка 1) до  $y_N \approx R + (A/2)$  (точка N). Значение  $\varepsilon$  найдем из соотношения

$$\varepsilon = \frac{y_i}{y_N} \cdot 100\% \quad (2.65)$$

где  $y_i$  - максимальное значение координаты  $i$ -ой начальной точки траектории задержанной частицы (при  $y_{i+1}$  частица уже проскакивает),  $1 \leq i \leq N$ ;

$y_N$  - значение координаты  $N$ -ой начальной точки траектории частицы,  $y_N \approx R + (A/2)$ .

Следует отметить, что по мере увеличения  $y$  увеличивается и вероятность проскакивания частиц. Для получения зависимости  $\varepsilon(d_\varepsilon)$  описанную выше процедуру нахождения  $\varepsilon$  повторяли для нескольких значений  $d_\varepsilon$ , задаваемых на основе анализа гранулометрического состава исследуемого шлама. Некоторые из полученных зависимостей  $\varepsilon(d_\varepsilon)$  приведены на рис. 2.8 [50].

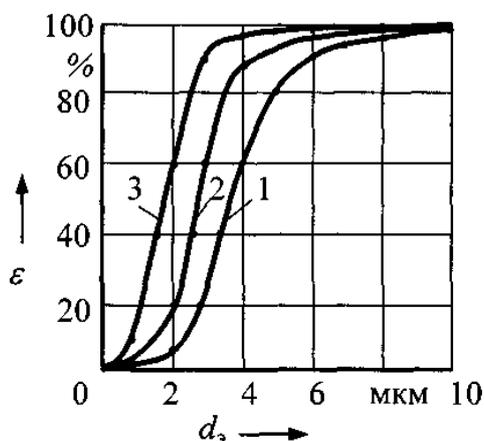


Рисунок 2.8 – Зависимость степени очистки СОЖ  $\varepsilon$  от диаметра ферромагнитных частиц шлама  $d_\varepsilon$ : 1, 2, 3 - соответственно при  $\varphi = 207, 657, 432$  Б;  $v = 0,01$  м/с; СОЖ - 5 %-ная эмульсия Автокат-78

Как следует из рис. 2.8, в магнитном поле с потенциалом  $\varphi_0 = 657A$  при  $v = 0,01m/c$  степень очистки  $\varepsilon$  ферромагнитных частиц диаметром  $d_\varepsilon = 2mкм$  составляет 51%. При увеличении диаметра частиц до 4 мкм  $\varepsilon$  увеличивается до 90%, а при  $d_\varepsilon = 6mкм$   $\varepsilon \sim 100 \%$ . Тонкость очистки СОЖ  $d_{50}$  при  $\varphi_0 = 657A$  составила 1,8мкм (последовательность определения  $d_{50}$  показана на рис. 2.8).

Если потенциал поля  $\varphi_0 = 207 A$ , то частицы диаметром  $d_\varepsilon = 2 mкм$  отделяются с  $\varepsilon = 8 \%$ , при  $d_\varepsilon = 4 mкм$   $\varepsilon = 60 \%$ ; достигает 100 % при  $d_\varepsilon = 7,5 mкм$ . В этом случае  $d_{50} = 3,7 mкм$ . Скорость частицы, как видно из рис. 2.9, существенно влияет на  $\varepsilon$ : например, при увеличении  $v$  с 0,2 до 2 м/с  $\varepsilon$  снижается с 99 до 40 %. Задавая различные значения  $v_\infty$ , т.е.  $v$  (их получали в процессе расчета траектории по формулам (2.65) как промежуточный результат, в виде составляющих  $v_x$  и  $v_y$ ) строили зависимости  $\varepsilon(d_\varepsilon)$ , соответствующие значениям  $v$ .

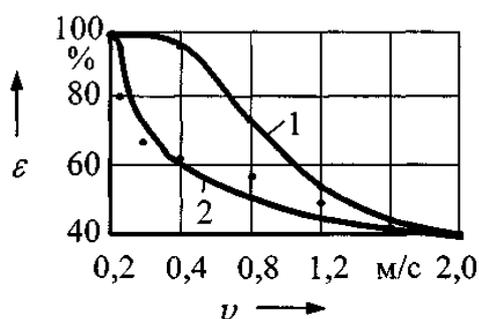


Рисунок 2.9 – Зависимость степени очистки СОЖ  $\varepsilon$  от скорости движения

ферромагнитной частицы  $v$ : 1 - расчетная зависимость при  $d_\varepsilon = 20 mкм$ ;  $\varphi_0 = 207 A$ ;

2 - экспериментальная зависимость, полученная при гравитационной очистке при  $d_\varepsilon = 25,4 mкм$ ,

$c_{ш} = 1 кг/м^3$ , СОЖ - 5 %-ная эмульсия Автокат-78

Чтобы перейти от степени очистки  $\varepsilon$ , показывающей относительное количество феррочастиц, удаленных при очистке, и полученной по зависимости (2.65), к характеристике  $\varepsilon_1$ , показывающей массовую долю удаленных феррочастиц, можно воспользоваться аналитическим [51] или графическим методом [52]. В наших исследованиях использовали графический

метод Алландера (A1-lander) [53] как более простой, наглядный и не требующий громоздких расчетов.

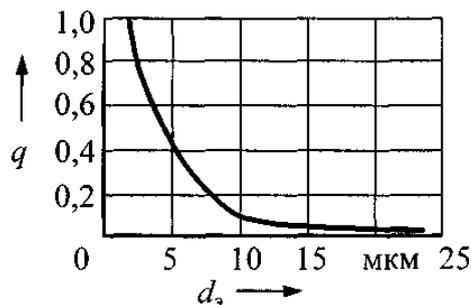


Рисунок 2.10 – Зависимость накопленной частоты шлама  $q$  от эквивалентного диаметра частиц шлама  $d_э$

В качестве исходных данных при этом достаточно иметь две характеристики: распределение частиц по размерам  $F(d_э)$  или  $q(d_э)$  (рис. 2.10) и зависимость  $\varepsilon(d_э)$ . На рис. 2.11 показан пример нахождения массовой характеристики  $\varepsilon$  с использованием метода Алландера. Из точки  $F$  опускают перпендикуляр  $FB$  к  $AD$  до точки  $E$  так, что  $|BE| = |BD|$ . Затем строят точку  $C$  так, что  $|AC| = |AE|$ . Из точки  $C$  восстанавливают перпендикуляр  $GC$  к  $AD$  так, что  $|CG| = |BF|$ . Через точки  $A$  и  $G$  проводят прямую до пересечения в точке  $H$  с перпендикуляром к  $AD$ , восстановленным в точке  $D$ . Ордината точки  $H$  и есть искомое значение  $\bar{\varepsilon} \cong 79,2\%$  данного очистителя.

Аналогичные построения для  $v = 0,03; 0,055; 0,09; 0,1$  м/с дали соответствующие значения  $\varepsilon$  - 69,3; 62,4; 56,5; 54,6 % (см. рис. 2.10). Таким образом была построена кривая 2 (рис. 2.12) степени очистки СОЖ. Экспериментальные значения  $\varepsilon_э$  при тех же скоростях частиц (от 0,01 до 0,1 м/с) составили соответственно 97,5; 87,3; 78,6; 71,5; 69,4 % (см. рис. 2.12).

Расхождение между расчетными  $\varepsilon$  и фактическими (экспериментальными)  $\varepsilon_э$  значениями степени очистки составляет в среднем 16,5 %. Это свидетельствует о приемлемой точности математической модели (2.62).

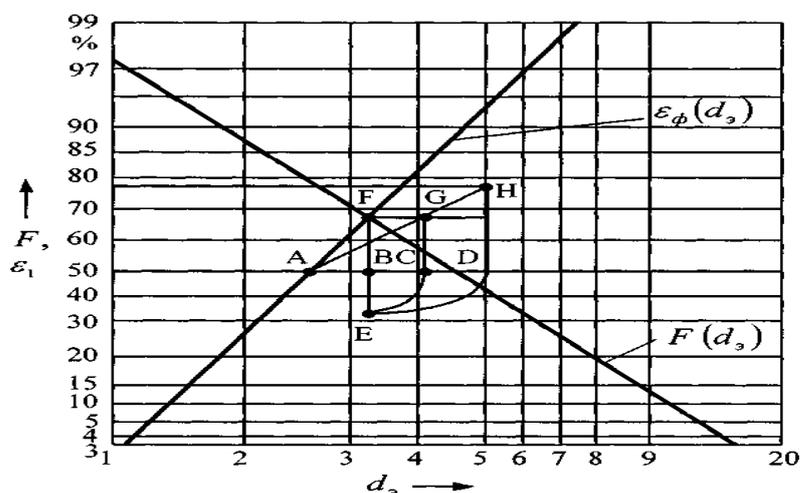


Рисунок 2.11 – Схема к определению расчетной степени очистки СОЖ  $\varepsilon_1$  методом Алландера:  $\varepsilon(d_3)$  - зависимость степени очистки СОЖ от размера частиц  $d_3$ ;  $F(d_3)$  - распределение частиц шлама по размерам. Условия - по рис. 2.8 и 2.10.

Патроны состоят из кольцевых элементов (диаметр 25 мм, толщина 12,5 мм) и прокладок (диаметр 25 мм, толщина 1,2 мм). Шлам - порошок карбонильного железа марки Р10 ПЖВ 2.160.26 ГОСТ 5849-86 ( $\bar{d}_3 = 4$  мкм)

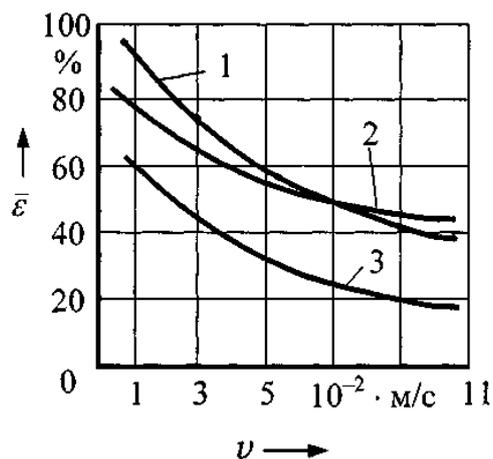


Рисунок 2.12 – Влияние скорости движения СОЖ  $v$  на степень её очистки  $\bar{\varepsilon}$  [81]: 1, 2, 3 - соответственно расчетное  $\bar{\varepsilon}$  (по зависимости (2.60)), расчетное  $\bar{\varepsilon}_1$  и экспериментальное  $\bar{\varepsilon}_3$  значение степени очистки. СОЖ - 5 %-ная эмульсия Автокат-78

Основные результаты экспериментальных исследований были статистически обработаны по методике корреляционно-регрессионного

анализа с использованием пакета STATGRAPHICS на ЭВМ и сведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Результаты обработки экспериментальных ( $\varepsilon_3$ ) и расчетных ( $\varepsilon$ ) данных по методике корреляционно-регрессионного анализа

Степень очистки	Число параллельных опытов $n_0$	Расчетный критерий Стьюдента $t_p$	Расчетный критерий Фишера $F_p$	Коэффициент парной корреляции $R_{п}$	Коэффициент регрессии $R^2$	Стандартная ошибка оценки $m_1$	Математическая модель
$\varepsilon_3$	3	41,0584	1685,789	0,999111	99,82	$8,4267 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_3 = 1/(9,94377 \cdot 10^{-3} + 0,04504v)$
$\varepsilon_1$	3	8,54159	72,95881	0,980054	96,05	$4,1735 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon = 1/(0,0104361 + 0,0464074v)$

Установлено, что полученные математические модели (см. табл. 2.6) имеют тесные корреляционные связи (коэффициент корреляции  $R_{п}$  — (0,93 - 0,99), а поэтому адекватны.

Дисперсионный анализ математической модели (2.62) показал её адекватность реальному процессу сепарации феррочастиц в ПМС. При проверке адекватности использовали значения степени очистки СОЖ  $E_1$ , характеризующие массовую долю феррочастиц, удаляемых из шлама (кривая 2 на рис. 2.12).

Разработанная математическая модель (2.62) процесса очистки СОЖ от ферромагнитных частиц механических примесей описывает гидродинамическое и магнитное поля ПМС, патроны которого составлены из кольцевых магнитных элементов, а также движение частицы в магнитогидродинамическом поле с учетом действующих на неё сил тока жидкости и сопротивления последней движению частиц. Модель позволяет рассчитать степень очистки СОЖ в ПМС в зависимости от размера ферромагнитных частиц механических примесей, потенциала магнитного поля на поверхностях магнитных патронов и скорости движения СОЖ в

рабочих зазорах магнитной системы ПМС. Модель обеспечивает возможность подбора параметров магнитной системы сепаратора и её элементов - диаметра магнитных колец и их ширины, толщины прокладок и их количества, расстояния между патронами и взаимного расположения патронов, которые обеспечивают требуемую степень очистки при заданных свойствах СОЖ и механических примесей [54, 55].

## ГЛАВА 3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ СОЖ

### 3.1 Вероятностное моделирование профиля шлифованной поверхности заготовки

Как известно, шлифование является наиболее распространенным способом обеспечения высокого качества поверхностей деталей. Вследствие высокой тепловой напряженности в зоне контакта абразивного инструмента с заготовкой неотъемлемым элементом технологии шлифования является применение СОЖ, причем на долю шлифовальных операций приходится до 80 % объема СОЖ, потребляемых в машиностроении [56].

Так как процесс формирования профиля шлифованной поверхности происходит под действием множества факторов, как детерминированных (режимы шлифования), так и стохастических (профиль круга, загрязненность СОЖ), то в настоящем параграфе представлен обобщенный вероятностный подход к расчету характеристик шлифованных поверхностей, являющийся развитием подхода [57,58]. При этом процесс шлифования рассматривается в контексте взаимодействия двух распределенных систем: множества режущих кромок абразивных зерен, находящихся на рабочей поверхности шлифовального круга, и начальной шероховатости шлифуемой поверхности (опорной кривой) [59].

Для нахождения функции распределения высот вершин зерен шлифовального круга над уровнем связки в процессе обработки рассмотрим схему его рабочей поверхности, показанную на рис. 3.1. Ось  $y$  направлена по нормали к рабочей поверхности круга. За нулевой уровень принято математическое ожидание уровня связки [60] при известной функции её распределения  $F_c(y)$ . В первом приближении можно считать, что:

$$F_c(y) = \Phi(y/\sigma_c),$$

где  $\sigma_c$  - дисперсия уровня связки [61].

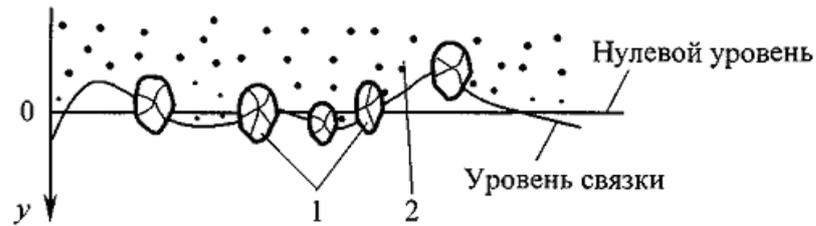


Рисунок 3.1 – Схема рабочей поверхности шлифовального круга: 1- абразивные зерна, 2- связка

Функцию распределения диаметров абразивных зерен круга можно представить следующей зависимостью [62]:

$$F_a(y) = \Phi\left(\frac{\ln y - d_a}{s_a}\right).$$

где параметры  $d_a$  и  $s_a$  - определяются через математическое ожидание  $m_a$  и дисперсию  $\sigma_a^2$  диаметров абразивных зерен:

$$m_a = e^{d_a + \frac{s_a^2}{2}}; \quad \sigma_a^2 = e^{2d_a + s_a^2} (e^{s_a^2} - 1).$$

Таким образом, распределение уровня связки можно считать нормальным (гауссовским), распределение диаметров абразивных зерен круга - логарифмически-нормальным [63], а распределение высот вершин зерен над уровнем связки - равномерным (по крайней мере, сразу после правки круга [64]). Для абразивных зерен диаметром  $d_0$  плотность распределения высоты их вершин над уровнем связки

$$p_B^{d_0}(y) = \begin{cases} \frac{1}{d_0} & \text{при } y_0 \leq y \leq d_0; \\ 0 & \text{при } d_0 < y < 0. \end{cases}$$

Однако уже на начальном этапе работы шлифовального круга закон распределения высот вершин абразивных зерен над уровнем связки изменяется вследствие их износа и разрушения. Кроме того, межзерновые (поровые) пространства постепенно забиваются частицами шлама. Поэтому на первом этапе решения задачи нахождения функции распределения высот вершин зерен

шлифовального круга не будем конкретизировать закон плотности распределения высоты выступа  $p_B^{d_0}$  и получим соответствующие выражения в общем виде. Обозначим плотность распределения зерен круга по диаметрам  $p_a(y) = F'_a(y)$ . Тогда вероятность того, что диаметр зерна, находящегося на рабочей поверхности круга, не превышает  $d_0$ , равна  $P_x = p_a(d_0)dd_0$ .

Вероятность того, что координата вершины зерна диаметром  $d_0$  будет меньше заданного значения  $y$ , равна:

$$P_2 = \int_{-\infty}^y \left[ p_c(s) \cdot \int_0^{\min(y-s, d_0)} p_B^{d_0}(t) dt \right] ds$$

где  $p_c(s) = F'_c(s)$  - плотность распределения уровня связки.

Перемножив вероятности  $P_1$  и  $P_2$  (в силу независимости соответствующих им случайных событий) и проинтегрировав по возможному диапазону диаметров абразивных зерен круга, получим выражение для функции распределения вершин зерен круга:

$$F_B(y) = \int_0^{+\infty} p_a(d_0) \left\{ \int_{-\infty}^y \left[ p_c(s) \cdot \int_0^{\min(y-s, d_0)} p_B^{d_0}(t) dt \right] ds \right\} dd_0. \quad (3.1)$$

Так как результирующей характеристикой процессов износа и засаливания круга можно считать среднюю высоту вершин зерен над уровнем связки, которая изменяется во времени, рассмотрим динамику плотности распределения  $p_B^{d_0}(y)$ .

Введем функцию распределения:

$$B_\alpha(y) = \int_{-\infty}^y b_\alpha(s) ds,$$

где плотность распределения случайной величины  $\alpha$ :

$$b_\alpha(y) = \begin{cases} 0 & 0 < y < 0; \\ (\alpha + 1)(1 - x)^\alpha & 0 \leq y \leq 1, \quad \alpha > -1. \end{cases}$$

Закон изменения величины  $\alpha$  (рис. 3.2) можно представить выражением:

$$\alpha(t) = k_1 \ln(1 + t^{k_2}) + \alpha_0; \quad k_1, k_2 > 0.$$

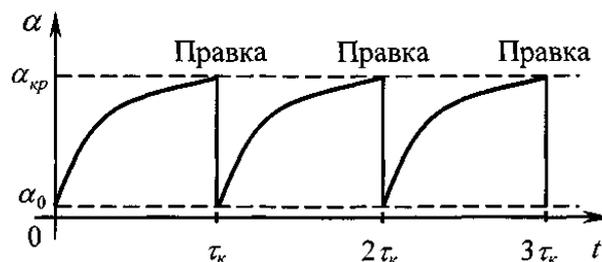


Рисунок 3.2 – Зависимость параметра  $\alpha$  от времени обработки  $t$  с учетом правки круга

На графике рис. 3.2  $\alpha_{кр}$  - критическое значение параметра  $\alpha$ , при котором необходима правка круга. Параметр  $\tau_k$  зависит от режима обработки заготовки и от обрабатываемости материала, из которого она изготовлена.

Первые два центральных момента случайной величины  $\alpha$  с функцией распределения  $B_\alpha(y)$  можно вычислить, используя формулы интегрирования по частям:

$$M_\alpha = (\alpha + 1) \int_0^1 y(1 - y)^\alpha dy = \frac{1}{\alpha + 2};$$

$$M\alpha^2 = (\alpha + 1) \int_0^1 y^2(1 - y)^\alpha dy = \frac{2}{(\alpha + 2)(\alpha + 3)};$$

$$D\alpha = M\alpha^2 - (M\alpha)^2 = \frac{\alpha + 1}{(\alpha + 2)^2(\alpha + 3)}.$$

Графики плотности  $b_\alpha(y)$  для значений динамического параметра  $\alpha = 0; 1/2; 1; 2$  имеют вид, показанный на рис. 3.3. Используем выражение (3.2) для определения функции  $p_b^{d_0}(y)$  в выражении (3.1). В этом случае

$$p_b^{d_0}(y) = \frac{(\alpha + 1)}{d_0} \left(1 - \frac{y}{d_0}\right)^\alpha, \quad (3.3)$$

где  $y \in [0, d_0]$ ,  $\alpha \in (-1; +\infty)$  причем  $\int_0^{d_0} p_B^{d_0}(y) dy = 1$ .

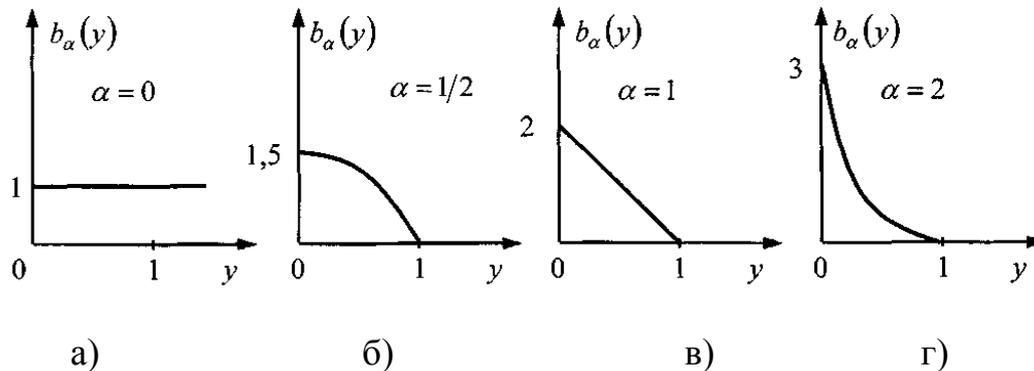


Рисунок 3.3 – Графики плотности  $b_\alpha(y)$  : а, б, в, г - соответственно при  $\alpha = 0; 1/2; 1; 2$

Тогда интеграл в квадратных скобках в выражении (3.1) можно найти в явном виде:

$$\int_0^{\min(y-s, d_0)} \frac{(\alpha + 1)}{d_0} \left(1 - \frac{t}{d_0}\right)^\alpha dt = 1 - \left(1 - \frac{\min(y-s, d_0)}{d_0}\right)^{\alpha+1}. \quad (3.4)$$

Подставив (3.4) в (3.1), получим выражение для динамической функции распределения высот вершин абразивных зерен круга над уровнем связки в процессе шлифования:

$$F_B^\alpha(y) = \int_0^{+\infty} p_a(d_0) \left\{ \int_{-\infty}^y p_c(s) \left[ 1 - \left(1 - \frac{\min(y-s, d_0)}{d_0}\right)^{\alpha+1} \right] ds \right\} dd_0. \quad (3.5)$$

Вероятностная модель шлифовального круга [65-67], не учитывает динамику процессов, происходящих с кругом при его эксплуатации, а также влияние механических примесей, попадающих вместе с СОЖ в зону обработки, на изменение вероятностных характеристик круга  $F_B^\alpha(y), F_c(y)$ .

Предположим, что известны  $F_a(y), F_B^\alpha(y)$ , а также  $F_{ш}(y) = \Phi\left(\frac{\ln y - d_{ш}}{s_{ш}}\right)$  - функция распределения диаметров абразивных частиц шлама в СОЖ и

$F_3(y) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - d_3}{s_3}\right)$  - вероятность налипания частицы шлама диаметром  $y$  на рабочую поверхность круга. Наряду с функцией  $F_3(y)$  будем также рассматривать функцию  $\bar{F}_3(y) = 1 - F_3(y)$ , определяющую вероятность того, что частица шлама диаметром  $y$  не налипнет на рабочую поверхность круга (и не попадет в зону шлифования) (рис. 3.4).

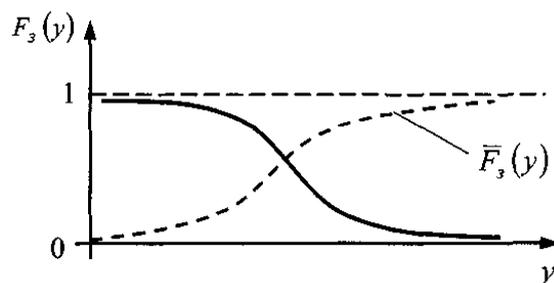


Рисунок 3.4 – Вероятность  $F_3(y)$  налипания частицы шлама диаметром  $y$  на рабочую поверхность круга

Определим вероятность налипания частицы шлама на рабочую поверхность круга с учетом распределения частиц шлама в СОЖ по размерам:

$$\bar{\varepsilon}_B = \int_0^{+\infty} F_3(y) dF_{\text{ш}}(y) = 1 - \Phi\left(\frac{d_{\text{ш}} - d_3}{\sqrt{s_{\text{ш}}^2 + s_3^2}}\right). \quad (3.6)$$

Функция распределения частиц шлама, попавших в зону шлифования:

$$F_n(x) = \frac{1}{\varepsilon_B} \int_0^y F_3(u) dF_{\text{ш}}(u). \quad (3.7)$$

Функция распределения частиц шлама, не попавших в зону шлифования:

$$F_0(y) = \frac{1}{1 - \bar{\varepsilon}_B} \int_0^y \bar{F}_3(u) dF_{\text{ш}}(u). \quad (3.8)$$

С использованием полученных зависимостей можно подсчитать центральные моменты  $m_n, \sigma_n^2; m_0, \sigma_0^2$ , а также приближенно найти функцию распределения высот вершин абразивных зерен круга над уровнем связки.

Введем случайные величины:  $\xi_i$  - уровень вершин абразивных зерен круга и налипших на рабочую поверхность круга частиц шлама;  $d_{0i}$  - диаметр абразивного зерна круга;  $d_1$  - диаметр налипшей частицы шлама (рис. 3.5).

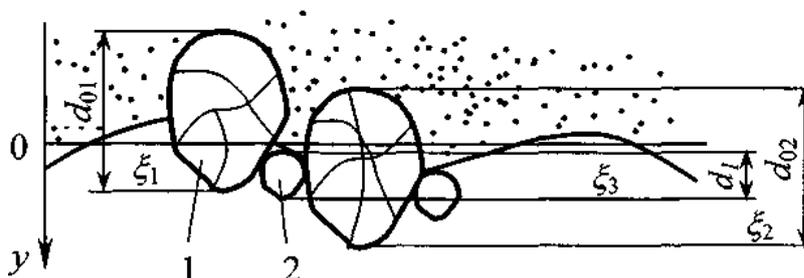


Рисунок 3.5 – Схема изменения рабочей поверхности круга: 1 -абразивное зерно; 2 - частица шлама

Будем считать, что соседние абразивные зерна круга выступают над нулевым уровнем на величину  $\alpha_1 \in [0,1]$  и  $\alpha_2 \in [0,1]$  от своего диаметра, а независимые случайные величины  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  имеют функцию распределения  $V_\alpha(y)$ . Тогда уровень вершин частиц шлама с учетом двух соседних абразивных частиц круга:

$$\xi_3 = \frac{1}{2}(\xi_1 - \alpha_1 d_{01} + \xi_2 - \alpha_2 d_{02}) + d_1$$

Параметр  $\xi_3$  - случайная величина с некоторой функцией распределения  $F_{\text{нв}}(y)$ . Первые два центральных момента случайной величины  $\xi_3$  найдем следующим образом:

$$m_{\text{нв}} = m_{\text{в}} - \frac{m_{\text{а}}}{\alpha + 2} + m_{\text{н}}; \quad (3.9)$$

$$\sigma_{\text{нв}}^2 = \frac{1}{2}\sigma_{\text{в}}^2 + \frac{2(\alpha + 2)\sigma_{\text{а}}^2 + (\alpha + 1)m_{\text{а}}^2}{2(\alpha + 2)^2(\alpha + 3)} + \sigma_{\text{н}}^2. \quad (3.10)$$

На основе полученных зависимостей можно определить результирующую функцию распределения высот вершин абразивных зерен круга с учетом частиц шлама, размещенных в межзерновом пространстве круга:

$$F_{\Sigma_B}^\alpha(y) = \beta F_B^\alpha(y) + (1-\beta)F_{HB}^\alpha(y), \quad (3.11)$$

где  $\beta \in (0,1)$  - коэффициент размещения частиц шлама в межзерновом пространстве круга.

Математическое ожидание и дисперсию высот вершин над уровнем связки можно вычислить следующим образом:

$$m_{\Sigma_P} = \beta m_B + (1-\beta)m_{HB}; \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma_P}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 dF_{\Sigma_B}^\alpha(y) - m_{\Sigma_B}^2 = \beta M\xi_B^2 + (1-\beta)M\xi_{HB}^2 - (\beta m_B + (1-\beta)m_{HB})^2 = \\ &= \beta \sigma_B^2 + (1-\beta)\sigma_{HB}^2 + \beta(1-\beta)(m_B - m_{HB})^2. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Необходимое и достаточное условие уменьшения шероховатости рабочей поверхности круга в процессе шлифования

$$\sigma_{\Sigma_B} < \sigma_B. \quad (3.14)$$

После подстановки в условие (3.14) выражения (3.13) получим:

$$\beta(1-\beta)(m_B - m_{HB})^2 < (1-\beta)(\sigma_B^2 - \sigma_{HB}^2).$$

С учетом выражений (3.9) и (3.10) из (3.13) следует:

$$\sigma_B^2 > 2\beta \left( \frac{m_a}{\alpha+2} - m_n \right)^2 + \frac{2(\alpha+2)\sigma_a^2 + (\alpha+1)m_a^2}{2(\alpha+2)^2(\alpha+3)} + 2\sigma_n^2 \quad (3.15)$$

Анализ условия (3.15) показывает, что оно может быть выполнено при введении в СОЖ мелкого однородного шлама с  $m_{ш} \ll m_a$  и  $\sigma_{ш}^2 \approx 0$ . В этом случае можно прогнозировать уменьшение шероховатости обрабатываемой поверхности заготовки при загрязнении СОЖ механическими примесями, что подтверждается результатами экспериментальных исследований [68]. В случае невыполнения условия (3.15) загрязнение СОЖ механическими примесями приводит к увеличению высотных параметров рельефа рабочей поверхности круга.

Рассмотрим далее влияние распределения высот вершин абразивных зерен на рабочей поверхности круга на формирование профиля шлифованной поверхности заготовки.

Допустим, что известны следующие данные:

1) функция распределения высот вершин зерен на рабочей поверхности шлифовального круга:

$$F_B(y) = 1 - \Phi\left(\frac{y - m_B}{\sigma_B}\right);$$

2) функция распределения высот микронеровностей на поверхности заготовки до обработки:

$$F_{шп}(y) = \Phi\left(\frac{y - m_{шп}}{\sigma_{шп}}\right),$$

где  $m_{шп}, \sigma_{шп}$  - соответственно математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение высот микронеровностей на поверхности заготовки.

Тогда среднее уменьшение высоты микронеровностей в процессе обработки заготовки можно найти следующим образом:

$$\bar{\zeta} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_B(y) dF_{шп}(y) = 1 - \Phi\left(\frac{m_{шп3} - m_B}{\sqrt{\sigma_{шп}^2 + \sigma_B^2}}\right).$$

Функции распределения удаленного  $F_y(y)$  и оставшегося  $F_0(y)$  материала заготовки имеют вид:

$$F_y(y) = \frac{1}{\bar{\zeta}} \int_{-\infty}^y F_B(t) dF_{шп}(t); \quad (3.16)$$

$$F_0(y) = \frac{1}{1 - \bar{\zeta}} \int_{-\infty}^y (1 - F(t)) dF_{шп}(t). \quad (3.17)$$

На рис. 3.6  $p_y(y)$  и  $p_0(y)$  - плотности распределения соответственно удаленного и оставшегося материала заготовки (первые производные от  $F_y(y)$  и  $F_0(y)$ ).

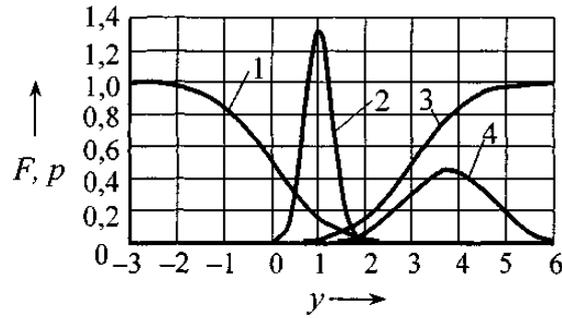


Рисунок 3.6 – Графики функций  $F(y)$  и плотностей распределений  $p(y)$ ; 1 –  $F_B(y)$ ; 2 –  $p_y(y)$ ; 3 –  $F_{шп}(y)$ ; 4 –  $p_0(y)$ .

Если принять гипотезу о нормальном распределении функций  $F_y(y)$  и  $F_0(y)$  [109]:

$$F_y(y) = \Phi\left(\frac{y - m_y}{\sigma_y}\right); \quad F_0(y) = \Phi\left(\frac{y - m_0}{\sigma_0}\right);$$

то можно приближенно найти  $F_y(y)$  и  $F_0(y)$ , не вычисляя интегралы (3.16) и (3.17). Итоговые формулы для расчета  $m_y, \sigma_y; m_0, \sigma_0$  имеют следующий вид:

$$m_y = m_{шп} - \sqrt{-2\sigma_y^2 \ln \left[ \frac{\sigma_y}{\zeta \sigma_{шп}} \left( 1 - \Phi\left(\frac{m_{шп} - m_B}{\sigma_B}\right) \right) \right]}; \quad (3.18)$$

$$m_0 = m_{шп} - \sqrt{-2\sigma_0^2 \ln \left[ \frac{\sigma_0}{\zeta \sigma_{шп}} \left( 1 - \Phi\left(\frac{m_{шп} - m_B}{\sigma_B}\right) \right) \right]}; \quad (3.19)$$

При  $\sigma_{шп} \leq \sigma_B$  можно предложить следующие полуэмпирические зависимости для нахождения дисперсий, входящих в зависимости (3.18) и (3.19):

$$\sigma_y = \sigma_{шп} + \frac{\beta \sigma_{шп}^2 \sqrt{1 - \bar{\zeta}}}{\sigma_B}; \quad (3.20)$$

$$\sigma_0 = \sigma_{шп} + \frac{\alpha \sigma_{шп}^2 (\bar{\zeta}^2 - 2\bar{\zeta})}{\sigma_B}; \quad (3.21)$$

где  $\alpha \approx 0,246$ ;  $\beta \approx -0,261$  - константы, найденные численно, исходя из критерия наилучшего приближения к медиане.

При  $\sigma_{\text{шр}} > \sigma_{\text{в}}$  функции распределения удаленного и оставшегося материала заготовки на нормальной плоскости имеют вид гипербол с характеристиками начальной шероховатости заготовки и шлифовального круга в качестве асимптот. Здесь применима следующая зависимость:

$$F_0(y) = \frac{1}{1 - \bar{\zeta}} F_{\text{ш}}(y) F_{\text{в}}(y) - \frac{\bar{\zeta}}{1 - \bar{\zeta}} \tilde{F}_0(y),$$

где  $\tilde{F}_0(y)$  - функция распределения оставшегося материала при:

$$\begin{cases} \tilde{F}_{\text{шр}}(y) = 1 - F_{\text{в}}(y); \\ \tilde{F}_{\text{в}}(y) = 1 - F_{\text{шр}}(y). \end{cases}$$

Тогда

$$F_y(y) = \frac{1}{\bar{\zeta}} F_{\text{ш}}(y) - \frac{1 - \bar{\zeta}}{\bar{\zeta}} F_0(y).$$

Приведем пример использования разработанной методики для решения обратных задач. Пусть известны средние арифметические отклонения профиля поверхности до  $R_a^0$  и после  $R_a^{\text{н}}$  шлифования и снятый припуск  $\Delta_0$ . Необходимо найти функции распределения  $F_{\text{в}}(y)$ ,  $F_{\text{ш}}(y)$  и среднее уменьшение высоты микронеровностей в процессе обработки заготовки  $\bar{\zeta}$ .

Известно, что для нормального распределения  $R_a = \sigma \sqrt{2/\pi}$ . Поэтому

$$\sigma_{\text{шр}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} R_a^{\text{н}}, m_{\text{шр}} = 3\sigma_{\text{шр}}, F_{\text{шр}}(y) = \Phi\left(\frac{y - m_{\text{шр}}}{\sigma_{\text{шр}}}\right);$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} R_a^0, m_0 = \Delta_0 + 3\sigma_0, F_0(y) = \Phi\left(\frac{y - m_0}{\sigma_0}\right),$$

$$\bar{\zeta} \approx 1 - F_0(m_{\text{шр}} + 3\sigma_{\text{шр}});$$

$$\sigma_{\text{в}} = \frac{\alpha \sigma_{\text{ш}}^2}{s_0 - \sigma_{\text{шр}}} (\bar{\zeta}^2 - 2\bar{\zeta});$$

$$m_{\text{в}} = m_{\text{шр}} - \sqrt{\sigma_{\text{шр}}^2 + \sigma_{\text{в}}^2} \Phi^{-1}(1 - \bar{\zeta}).$$

Полученные итоговые зависимости (3.18)-(3.21) позволяют прогнозировать профиль шлифованной поверхности заготовки с учетом содержащихся в СОЖ механических примесей. Для практического использования этих зависимостей необходима информация о распределении механических примесей в СОЖ по размерам.

С помощью дисперсионного анализа ферромагнитной компоненты шлифовального шлама, проведенного фотосементационным способом [69,70], установлено, что закон распределения частиц шлама по фракциям приближается к логарифмически нормальному [71].

Для математической формализации зависимости размера частиц шлифовального шлама от условий обработки провели многофакторное экспериментальное исследование при круглом нуружном шлифовании на станке модели 3Б161 на режимах окончательного шлифования заготовок из стали ШХ 15, НРС 61 ... 64 кругом 1- 600×305×40 при рабочей скорости круга  $v_k = 50$  м/с.

Окружная скорость заготовки составляла  $m_3 = 50$  м/мин. Шлифовальный круг правили алмазным карандашом С3 по циклу: 3 прохода с врезной подачей 0,03 мм/ход; 1 ход без врезной подачи. Скорость продольной подачи алмазного карандаша составляла 200 мм/мин. В качестве СОЖ использовали 3%-ную эмульсию Укринол-1. СОЖ подавали в зону шлифования свободно падающей струей (поливом).

Результаты опыта обрабатывали, придерживаясь единой шкалы размеров частиц с модулем  $\sqrt[3]{4}$ , т.е. ряда 1,6-2,5-4,0-6,3-10-16-25-40-63 мкм. В пределах фракции  $(d_1 \dots d_{l+1})$  размеры всех частиц считали равными среднему диаметру частиц  $\bar{d}_l$ :

$$\bar{d}_l = \frac{d_1 + d_{l+1}}{2}$$

Средний размер частиц шлама определяли по формуле

$$\bar{d}_m = \sum_{l=1}^n \bar{d}_l f_l, \quad (3.22)$$

где  $f_i$  - частота частиц  $i$ -ой фракции в шламе;

$n$  - число фракций.

В качестве параметра оптимизации выбрали средний размер (диаметр) частиц шлифовального шлама  $\bar{d}_{ш}$ . Это объясняется значительным влиянием параметра  $\bar{d}_{ш}$  на эффективность как процесса шлифования, так и процесса очистки СОЖ от шлифовального шлама. Кроме того, погрешность измерения  $\bar{d}_{ш}$  не превышает 5 %.

Наиболее значимые факторы выявили по результатам предварительных экспериментов: зернистость  $d_{аз}$  и твердость  $T_{кр}$  шлифовального круга, скорость врезной подачи круга  $v_s$  и время шлифования  $t$  (табл. 3.1). Эти факторы легко контролируются и не зависят от других факторов.

Таблица 3.1 – Уровни факторов и интервалы их варьирования

Уровень фактора и интервал варьирования	Зернистость $X_1, \text{мкм}$	Твердость(по Роквеллу) $X_2$	Врезная подача $X_3, \text{мм/мин}$	Время шлифования $X_4, \text{с}$
Основной	260	19	0,475	95
Верхний	400	29,5(C1)	0,80	180
Нижний	120	8,5(CM1)	0,15	10
Интервал варьирования	140	10,5	0,325	85

В результате проведения рандомизированных во времени экспериментов, поставленных по плану полнофакторного эксперимента типа  $2^4$ , и расчета коэффициентов аппроксимирующей функции получена регрессионная математическая модель:

$$\begin{aligned} \bar{d}_{ш} = & 31 + 3,6X_1 + 2,0X_2 + 2,2X_3 - 3,1X_4 + 0,25X_1X_2 + 1,2X_1X_3 - \\ & - 0,35X_1X_4 - 0,19X_3X_4 + 0,075X_1X_2X_3 - 0,125X_1X_3X_4 + \\ & + 0,013X_1X_2X_4 - 0,2X_2X_3X_4 - 0,038X_1X_2X_3X_4, \end{aligned} \quad (3.23)$$

где  $X_1, \dots, X_4$  - кодированные значения факторов, представленных в табл. 3.1 (нижним уровням факторов соответствует значение - 1, верхним +1).

Для проверки адекватности модели использовали метод дисперсионного анализа. В случае адекватности математической модели справедливо неравенство [72]

$$F_p = \frac{S_{ад}^2}{S_p^2} < F_m, \quad (3.24)$$

где  $F_p, F_m$  - соответственно расчетное и табличное значение критерия Фишера; дисперсия адекватности  $S_{ад}^2$  и дисперсия воспроизводимости  $S_p^2$  исследуемого показателя:

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{n_2} n_1 (\bar{y}_l - \hat{y}_a)^2}{n_2(n_3 - 1)}; \quad S_p^2 = \frac{\sum_{l=1}^{n_2} \sum_{i=1}^{n_1} (y_{ld} - \bar{y}_l)^2}{n_2(n_1 - 1)},$$

где  $n_1$  - число параллельных опытов;

$n_2$  - число опытов;

$n_3 = 4$  - число независимых переменных;

$\bar{y}_l$  - среднее арифметическое значение параметра оптимизации по  $i$ , наблюдениям;

$\hat{y}_a$  - математическое ожидание параметра оптимизации (расчетное значение параметра);

$y_{ld}$  - значение параметра оптимизации в параллельных опытах.

Для нашего случая  $F_p = 0,165/9,1 = 0,018 < 2,4$ . Таким образом, математическая модель выбрана правильно.

Значимость коэффициентов регрессии  $b_1$  проверяли по критерию Стьюдента [73], используя следующее условие:

$$t_1 = \frac{|b_1|}{S_{b_1}} > t_{кр}, \quad (3.25)$$

где  $S_{b_1} = \sqrt{S_p^2/n_2 n_1}$  - дисперсия коэффициентов регрессии.

При 16-и степенях свободы и уровне значимости  $\alpha=0,05$  критическое значение  $t=1,96$ .

В анализируемом случае оказались значимыми коэффициенты при независимых факторах и смешанном взаимодействии  $X_1X_3$ . Все остальные коэффициенты регрессии незначимы. После перехода от кодированных значений факторов к натуральным величинам получили

$$\bar{d}_{ш} = 31 + 3,6X_1 + 2,0X_2 + 2,2X_3 - 3,1X_4 + 1,2X_1. \quad (3.26)$$

$$\bar{d}_{ш} = 24,3 + 0,014d_{аз} + 0,19T_{кр} + 0,1v_s - 0,037t + 0,026d_{аз}v_s \quad (3.27)$$

Анализ уравнения регрессии (3.27) показал, что твердость круга  $T_{кр}$  и время шлифования  $t$  независимо влияют на гранулометрический состав шлифовального шлама. Кроме того, отмечен эффект парного взаимосвязанного влияния зернистости и скорости врезной подачи шлифовального круга на размер образующихся при шлифовании частиц механических примесей  $d_{ш}$ . Об этом свидетельствуют графики, изображенные на рис. 3.7.

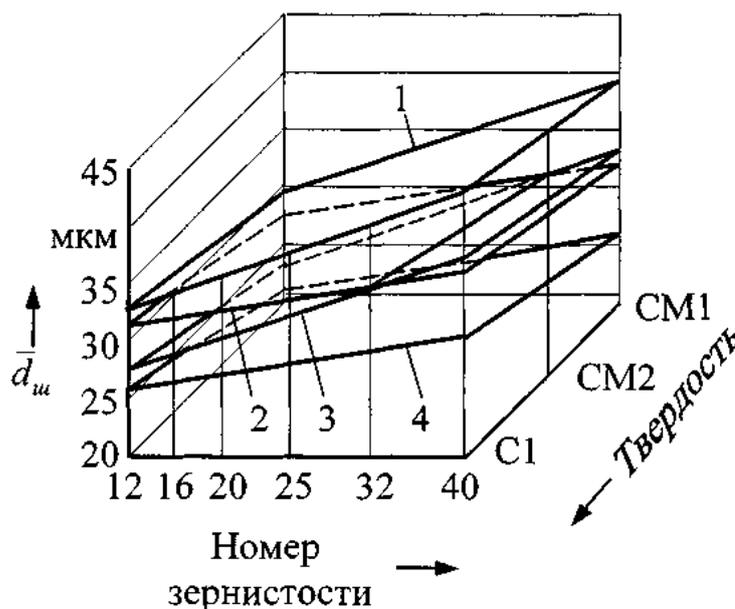


Рисунок 3.7 – Влияние зернистости и твердости шлифовального круга на средний размер частиц механических примесей  $d_{ш}$ : 1 -  $v_s = 0,8$  мм/мин;  $t = 10$  с; 2 -  $v_s = 0,15$  мм/мин;  $t = 10$  с; 3 -  $v_s = 0,8$  мм/мин;  $t = 180$  с; 4 -  $v_s = 0,15$  мм/мин;  $t = 180$  с.

Увеличение зернистости, твердости и врезной подачи шлифовального круга приводит к увеличению  $d_{ш}$  (коэффициенты регрессии при соответствующих переменных имеют положительный знак), в противоположность времени шлифования  $t$ . Так, при увеличении зернистости, твердости и врезной подачи круга в 3 раза средний размер частиц механических примесей  $d_{ш}$  увеличился соответственно на 45, 15 и 10%, а при таком же изменении времени шлифования величина  $d_{ш}$  уменьшилась на 3% (табл. 3.2, рис. 3.8 и 3.9).

Таблица 3.2 – Результаты полнофакторного экспериментального исследования влияния твердости и зернистости шлифовального круга на средний размер частиц механических примесей  $d_{ш}$

Время шлифования $t$ , с	Подача $v_s$ , мм/мин	Твердость круга (по Роквеллу)	Номер зернистости круга	Параметр $\bar{d}_{ш}$ мкм	
1	2	3	4	5	
10	0,15	8,5(CM1)	12	27,5	
			40	32,3	
		29,5(C1)	12	31,5	
			40	36,3	
	0,80	8,5(CM1)	12	29,5	
			40	39,1	
		29,5(C1)	12	33,5	
			40	43,1	
180	0,15	8,5(CM1)	12	21,3	
			40	26,1	
		29,5(C1)	12	25,3	
			40	30,1	
		0,80	8,5(CM1)	12	23,3
				40	32,9
	29,5(C1)		12	27,3	
			40	36,8	

Эти закономерности объясняются тем, что при увеличении зернистости и твердости шлифовального круга уменьшается количество абразивных зерен на единице площади его рабочей поверхности и соответственно увеличивается объем стружки, снимаемой единичным зерном.



Рисунок 3.8 – Влияние зернистости шлифовального круга на средний размер частиц механических примесей  $d_{ш}$ : 1, 3 -  $v_s = 0,15$  мм/мин;  $t = 10$  с; 2, 4 -  $v_s = 0,8$  мм/мин;  $t = 180$  с; 1, 2 - твердость круга С1; 3, 4 — твердость СМ1

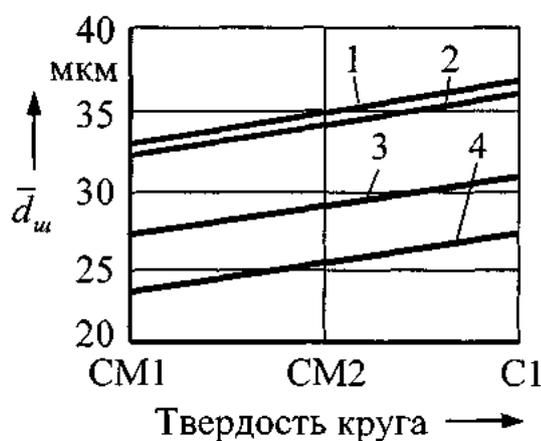


Рисунок 3.9 – Влияние твердости шлифовального круга на средний размер частиц механических примесей  $d_{ш}$ : 1, 4 -  $v_s = 0,8$  мм/мин;  $t = 180$  с; 2, 3 -  $v_s = 0,15$  мм/мин;  $t = 10$ ; 1, 2 - номер зернистости круга 40; 3, 4 - номер зернистости 12.

Уменьшение среднего размера частиц шлама  $d_{ш}$  при увеличении времени шлифования  $t$  связано с затуплением абразивных зерен круга и потерей им режущей способности.

Наибольшее значение параметра  $d_{ш} = 43,1$  мкм зафиксировано при шлифовании заготовки кругом зернистостью 40 и твердостью С1 с врезной подачей  $v_s = 0,8$  мм/мин в течение 10 с. При уменьшении зернистости, твердости и подачи круга до нижнего уровня ( $d_{аз} = 120$  мкм;  $T_{кр} = 8,5$ ;  $v_s = 0,15$

мм/мин) и увеличении продолжительности шлифования до 180 с средний размер частиц шлифовального шлама  $d_{ш}$  уменьшился до 21,6 мкм (см. табл. 3.2 и рис. 3.7).

Уравнение (3.27) можно использовать при разработке технических заданий на индивидуальные системы очистки СОЖ от шлифовального шлама, при расчете эффективности очистных устройств и магнитных коагуляторов, а также при расчете норм чистоты СОЖ.

### 3.2 Эффективность применения СОЖ на операциях механической обработки (Е.М. Булыжев)

Представленная ниже методика позволяет подойти к вопросу оптимизации режимов механической обработки с точки зрения обеспечения максимальной экономической эффективности.

Экономическая эффективность операций механической обработки определяется следующим выражением:

$$\mathcal{E} = \Delta C / C^6$$

где  $\Delta C$  - относительная экономическая эффективность:  $\Delta C = C^H - C^6$ ;  $C^H$ ,  $C^6$  - себестоимость операции механической обработки соответственно по новому и базовому вариантам.

$$\begin{aligned} \Delta C = & b_1(1 - K_T K_{R_a}) + b_2(1 - K_t K_T K_{R_a}) + b_3(1 - K_N K_{R_a} K_T) \\ & + b_4(1 - K_T K_{R_a} K_\theta / K_t), \end{aligned} \quad (3.28)$$

где  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  - коэффициенты, учитывающие затраты на заработную плату, оборудование, режущий инструмент, другую технологическую оснастку, СОЖ [43];

$K_T, K_{R_a}, K_t, K_N, K_\theta, K_\tau, K_c, K_Q, K_{t_3}$  - коэффициенты, определяемые отношением соответствующих параметров в новом и базовом варианте:

$$\begin{aligned} K_T &= T_M^H / T_M^6; \quad K_{R_a} = R_a^H / R_a^6; \quad K_t = t^H / t^6; \quad K_N = N^H / N^6; \quad K_\theta = \theta_K^H / \theta_K^6; \\ K_\tau &= \tau_K^H / \tau_K^6; \quad K_c = c^H / c^6; \quad K_Q = Q^H / Q^6; \quad K_{t_3} = t_3^H / t_3^6, \end{aligned}$$

где  $T_m$  — машинное время, ч;

$R_a$  - среднее арифметическое отклонение профиля обработанной поверхности, мкм;

$t$  - время обслуживания оборудования, ч;

$N$  - мощность, затрачиваемая на обработку, кВт;

$u_k$  - контактная температура в зоне обработке, °С;

$\phi$  - период стойкости инструмента, ч;

$c$  - стоимость СОЖ, т.

Верхними индексами "н" и "б" обозначены параметры, соответствующие новому и базовому варианту механической обработки.

Рассмотрим методику определения эффективности СОЖ различных составов на примере операции плоского шлифования [74].

Экспериментальные исследования выполняли на плоскошлифовальном станке мод. ЗЕ711ВФ, оснащенный устройствами для измерения составляющих силы резания  $P_z$  и  $P_y$  и контактной температуры в зоне шлифования. Обработывали образцы в виде пластин прямоугольной формы 17x25x70 мм из стали 40Х, прошедшие термообработку - закалку, охлаждение в масле, отпуск до HRC 40 ... 45. Заготовки шлифовали кругом из электрокорунда хромотитанистого 92А16ПСМ17К5 1 - 250x76x20 при рабочей скорости круга  $v_k = 35$  м/с. В качестве правящего инструмента использовали алмазный карандаш "Славутич" С3122 ГОСТ 607-80. Скорость продольной подачи стола станка  $v_s = (И - 15)$  м/мин назначили в соответствии с рекомендациями [75,76]. Вертикальной подачей  $S_t$  варьировали в диапазоне от 0,005 до 0,02 мм/дв. ход из условия обеспечения шероховатости  $R_a < 1,6$  мкм при снимаемом припуске  $Z = (0,1 - 0,2)$  мм.

Номенклатуру СОЖ определили, исходя из рекомендаций [77] (табл. 3.3). СОЖ подавали в зону шлифования поливом под давлением 0,01 МПа с расходом 10 дм<sup>3</sup>/мин на 10 мм высоты круга. СОЖ очищали от механических примесей с помощью магнитного сепаратора и бака-отстойника: степень

очистки СОЖ от механических примесей составляла (85 - 95) %, тонкость очистки -(10-15) мкм.

Таблица 3.3 – Номенклатура испытанных СОЖ

СОЖ			Технические условия на СОЖ
№	Вид	Состав (концентрация)	
1	Эмульсионная	Укринол-1М(3%)	ТУ 38-101878-82
2		Аквол-6(3%)	ТУ 38-40181-79
3	Полусинтетическая	Аквапол-1/1(3%)	ТУ 38-201341-84
4		Аквол-15(3%)	ТУ 38-40181-79
5	Синтетическая	Аквол-11(3%)	ТУ 38-40146-79

При плоском шлифовании выявляли эмпирические зависимости критериев оценки технологического потенциала операции от элементов режима обработки с применением СОЖ различных составов:

$$R_a = f(S_t, v_s, z); \quad \tau_k = f(S_t, v_s, z);$$

Оценку корреляционной взаимосвязи между результирующими параметрами и составляющими факторами, а также определение коэффициентов регрессии математической модели и статистическую обработку проводили с помощью прикладных программ [78].

Установлено, что применение эффективных жидкостей позволяет при постоянной производительности обработки повысить стойкость шлифовального круга до 30 %, (критерий  $K_t$  увеличился в 1,3 раза), уменьшить  $R_a$  обработанных поверхностей до 41 % ( $K_{R_0} > 0,59$ ). При поддержании постоянного периода стойкости круга и шероховатости обработанных поверхностей заготовок производительность обработки можно увеличить примерно в 2 раза, при этом критерий  $K_T > 0,5$ . Мощность и контактная температура в зоне шлифования практически не зависят от состава применяемой СОЖ: изменения  $K_\theta$  и  $K_N$  в связи с варьированием составом СОЖ составили 0,93 - 1,03 и 1,15 - 1,2 соответственно.

Установлено, что по принятым абсолютным критериям (машинное время  $T_m$ , период стойкости круга  $\tau_\phi$ , мощность резания  $N$ ) нельзя сделать

однозначный вывод о том, какой состав СОЖ позволит обеспечить максимальную эффективность технологического процесса.

Получены эмпирические зависимости критериев  $K_i$  от элементов режима обработки на операции плоского шлифования (табл. 3.4). Подставив зависимости вида  $K_i = f(v_s, S_t, z)$  в формулу (3.28), можно получить уравнения вида  $\Delta C = f(v_s, S_t, z)$ , которые позволяют оптимизировать режимы обработки из условия  $\Delta C = \Delta C_{\max}$ .

Как видно из рис. 3.10, эффективность плоскошлифовальной операции определяется величиной  $\Delta C/C^6$  и зависит от состава применяемой СОЖ. При этом может быть получен как положительный (СОЖ № 2, 3, 4), так и отрицательный эффект (СОЖ № 5). Наилучшие результаты обеспечиваются при использовании в качестве СОЖ 3%-ной эмульсии Аквол-6. Технологическая себестоимость операции в этом случае уменьшается на 43,5 % по сравнению с базовой (в базовом варианте используется 3 %-ная эмульсия Укринол-1М). 3.4. Уравнения регрессии для критериев оценки эффективности применения СОЖ при плоском шлифовании заготовок из стали 40X, HRC 40 ... 45 ( $v_k$  - 32 м/с,  $v_s = (6 - 15)$  м/мин,  $S_t = (0,005 - 0,02)$  мм/дв.ход,  $Z = (0,1 - 0,2)$  мм)

Номер СОЖ по табл. 3.3	Уравнение регрессии
1	$\tau_k = 0,2964 + 84,36S_t - 0,2339v_s + 0,9616Z$
4	$\tau_k = 7,846 + 10,11S_t - 10,01v_s + 16,4Z$
	$K_{\tau_k} = \frac{7,846 + 10,11S_t - 10,01v_s + 16,4Z}{0,2964 + 84,36S_t - 0,2339v_s + 0,9616Z}$
1	$R_a = 0,6224e^{(-30,77S_t - 0,1433Z + 1704S_t^2 + 0,00248v_s + 0,805Z^2)}$
4	$R_a = 0,1444e^{(102,6S_t + 0,2955Z + 2314S_t^2 + 0,0444v_s)}$
	$K_{R_a} = 0,232e^{(133,37S_t + 0,0444v_s + 0,4388Z + 4018S_t^2 - 0,00248v_s^2 + 0,805Z^2)}$

Сопоставим полученные результаты с результатами расчетов по существующей методике [79]. В соответствии с [80], эффективность новой СОЖ оценивали на основании метода расстановки приоритетов.

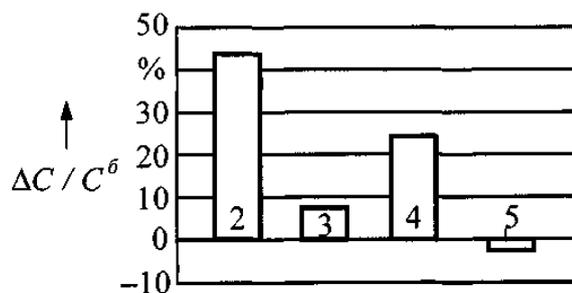


Рисунок 3.10 – Влияние состава СОЖ на относительную себестоимость плоского шлифования заготовок из стали 40Х, HRC 40 ... 45: 2 - Аквол-6 (3 %); 3 - Аквапол-1/1 (3 %); 4 - Аквол-15 (3%); 5-Аквол-11 (3%)

Комплексный критерий вычисляли по зависимости:

$$K_{КОМ} = P_{i(1)}^{отн} P_1^{отн} + P_{i(2)}^{отн} P_2^{отн} + \dots + P_{i(k)}^{отн} P_k^{отн},$$

где  $P_{i(1)}^{отн}, P_{i(2)}^{отн}, P_{i(k)}^{отн}$  - нормированные значения приоритетов соответственно для 1, 2 и k-го критериев.

Нормированные значения приоритетов рассчитывали по формуле:

$$P_{i(k)}^{отн} = (y_k)_{x_i} / \sum_{i=1}^n (y_k)_{x_i}$$

где  $x_i$  - номер СОЖ (см. табл. 3.3);

$\{y_k\}_x$  - значения k-го критерия эффективности технологического процесса при применении СОЖ с номером  $x_i$ .

Нормированные значения частных критериев определяли по регрессионным моделям. При расчете нормированных значений приоритетов для критериев  $R_a$  и  $\theta_k$  учитывали, что чем больше величины  $R_a$  и  $\theta_k$ , тем ниже технологическая эффективность СОЖ, т.е.

$$(y_{R_a})_{x_i} = R_a(x_i), (y_{\theta_k})_{x_i} = \theta_k(x_i).$$

Принята следующая система сравнения частных критериев:

$$K'_m = K'_j > R_a = K'_p = \tau_c \geq K'_ш = K'_N = K'_T = \theta_K$$

где  $K'_m = \sqrt{N_{ш}} R_a$  - обобщенный критерий, мм<sup>3</sup>/(мин-Вт-мкм);

$Q_m$  - количество металла, сошлифованного кругом за одну минуту, мм<sup>3</sup>/мин;

$N_{ш}$  - мощность шлифования, Вт;

$K'_j = Q_m K'_{ш} / N_{ш} R_a$  - обобщенный критерий,  $\text{мм}^3 / (\text{мин} \cdot \text{Вт} \cdot \text{мкм})$ ;

$K'_p$  - коэффициент режущей способности,  $\text{мм}^3 / (\text{Н} \cdot \text{мин})$ ;

$K'_{ш}$  - коэффициент шлифования;

$K'_N$  - удельная мощность шлифования,  $(\text{Вт} \cdot \text{мин}) / \text{мм}^3$ ;

$K'_T = P_z / P_y$  - коэффициент резания.

Результаты экспериментальных исследований приведены в таблице 3.5.

Результаты расчета нормированных приоритетов для критериев технологической эффективности  $P_{i(k)}^{\text{отн}}$  и комплексных показателей  $K_{\text{КОМ}}$  представлены в таблице 3.6. Наибольший комплексный показатель обеспечивается при использовании СОЖ № 2. В соответствии с методикой [81], если абсолютные критерии сравниваемых СОЖ отличаются незначительно, то примерно одинаков и их комплексный критерий (см. табл. 3.6).

Таблица 3.5 – Экспериментальные значения критериев оценки эффективности СОЖ при плоском шлифовании

Номер СОЖ по табл. 3.3	Критерии эффективности СОЖ								
	$K'_p$ $\text{мм}^3 \times (\text{мин} \cdot \text{Н})^{-1}$	$\tau_c$ ч	$K'_{ш}$	$K'_N$ $\text{Вт} \cdot \text{мин} \times \text{хмм}^{-3}$	$R_a$ мкм	$\theta_k$ °С	$K'_T$	$K'_M$ $\text{мм}^3 \times (\text{мин} \cdot \text{Вт} \cdot \text{мкм})^{-1}$	$K'_j$ $\text{мм}^3 \times (\text{мин} \cdot \text{Вт} \cdot \text{мкм})^{-1}$
1	211,11	0,21	2,5	0,086	0,94	160	0,62	12,3	30,75
2	256,27	0,32	3,0	0,074	0,59	202	0,64	23,05	69,15
3	162,86	0,22	2,8	0,104	0,91	149	0,58	10,5	29,4
4	207,27	0,27	2,8	0,088	0,67	160	0,62	17,02	47,65
5	205,41	0,21	2,6	0,089	1,0	150	0,62	11,2	29,12

Таблица 3.6 – Расчет комплексных показателей

Номер СОЖ по табл. 3.3	Расчет приоритетов по частным критериям									Комплексный показатель $K_{\text{КОМ}}$
	$K'_p$	$\tau_c$	$K'_{ш}$	$K'_N$	$R_a$	$\theta_k$	$K'_T$	$K'_M$	$K'_j$	
	Значимость критериев									
	0,118	0,118	0,082	0,082	0,082	0,118	0,084	0,158	0,158	
1	0,202	0,171	0,183	0,195	0,165	0,194	0,195	0,166	0,149	0,178
2	0,246	0,260	0,219	0,168	0,266	0,161	0,246	0,311	0,366	0,2156
3	0,156	0,179	0,204	0,236	0,171	0,226	0,181	0,142	0,143	0,177
4	0,199	0,219	0,204	0,199	0,235	0,194	0,195	0,230	0,231	0,212
5	0,197	0,171	0,190	0,202	0,158	0,226	0,183	0,151	0,141	0,177

Другие результаты получены при использовании разработанной методики: относительный эффект  $\Delta C/C^6$  от применения СОЖ с примерно одинаковыми абсолютными критериями различен. Так, например, технологическая себестоимость операции плоского шлифования может быть снижена на 5,3 % при использовании СОЖ № 3 (см. рис. 3.10), а может быть и увеличена, если использовать СОЖ № 5. Анализ и сравнение двух методик показывают, что в том случае, когда абсолютные критерии эффективности СОЖ значительно превосходят базовые, ранжирование СОЖ одинаково. Такие результаты получены для СОЖ № 2 и № 4, обеспечивающих наибольшие комплексные показатели (соответственно 0,256 и 0,212) и наибольшую относительную эффективность  $\Delta C/C^6$  (43,5 и 23,8 %).

Таким образом, разработанная методика является более точной и универсальной по сравнению с методикой [82].

## ГЛАВА 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ ПРИ ХОЛОДНОЙ ЛИСТОВОЙ ПРОКАТКЕ

Технологический процесс получения проката является завершающей стадией металлургического производства. При этом доля холоднокатаной листовой стали в общем выпуске проката достигает 60 %. Холодная прокатка в сочетании с термической обработкой позволяет получить тонколистовую сталь с высокими механическими свойствами, равномерной толщиной по ширине и длине, высоким качеством поверхности.

Станы холодной прокатки оборудованы системами охлаждения валков и подачей СОЖ на полосу во время прокатки, что способствует снижению коэффициента трения между валками и прокатываемой полосой, уменьшению сопротивления деформации и давления металла на валки. Последнее уменьшает прогиб валков и упругую деформацию валков и деталей стана. Использование СОЖ при холодной прокатке способствует снижению расхода энергии, уменьшению износа валков, повышению производительности прокатки и качества листовой стали.

СП СОЖ при холодной прокатке отличаются большим объемом жидкости в системе (400 - 800) м<sup>3</sup> и высокой производительностью, достигающей (1500 - 2500) м<sup>3</sup>/ч. Поэтому очень важно иметь инструмент для быстрой и адекватной оценки эффективности функционирования СП СОЖ. Решить эту задачу можно с использованием балансового метода.

Рассмотрим стан для холодной прокатки металла и СП СОЖ в виде "черных ящиков", предполагая, что входные и выходные их показатели связаны некоторой математической операцией, моделирующей реакцию "черных ящиков" без детализации процессов, происходящих в них.

Модель построена путем составления алгебраических уравнений баланса, общая форма которых

$$\sum_{i=1}^{n_1} y_i = \sum_{j=1}^{n_2} K_j x_j, \quad (4.1)$$

где  $x_i, y_i$  - соответственно входные и выходные показатели системы;

$K_j$  - коэффициент;

$n_1, n_2$  - соответственно число входных и выходных показателей.

Рассмотрим СП СОЖ, обслуживающую стан холодной листовой прокатки (рис. 4.1).

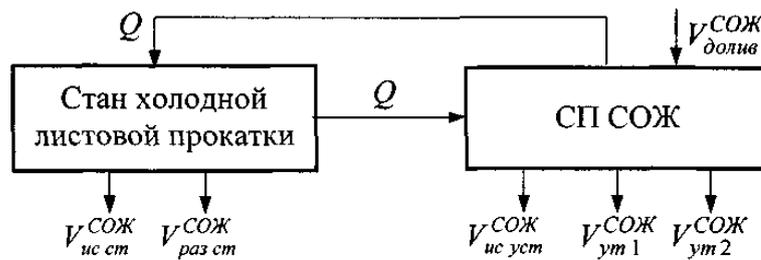


Рисунок 4.1 – Схема к расчету баланса объема СОЖ

Уравнение баланса СОЖ имеет вид:

$$V_{\text{долив}}^{\text{СОЖ}} \pm \Delta V = V_{\text{исст}}^{\text{СОЖ}} + V_{\text{разст}}^{\text{СОЖ}} + V_{\text{исуст}}^{\text{СОЖ}} + V_{\text{ут1}}^{\text{СОЖ}} + V_{\text{ут2}}^{\text{СОЖ}} \quad (4.2)$$

где  $V_{\text{долив}}^{\text{СОЖ}}$  - объем СОЖ, доливаемой в СП в течение суток, м<sup>3</sup>;

$\Delta V$  - поправка, компенсирующая несоответствие входных и выходных показателей, вызванное колебанием объема СОЖ в системе относительно номинального значения, м<sup>3</sup>;

$V_{\text{исст}}^{\text{СОЖ}}$  - объем СОЖ, испаряющейся на стане в процессе прокатки металла в течение суток, м<sup>3</sup>;

$V_{\text{разст}}^{\text{СОЖ}}$  - объем СОЖ, разбрызгиваемой прокатываемым листом в течение суток, м<sup>3</sup>;

$V_{\text{исуст}}^{\text{СОЖ}}$  - объем СОЖ, испаряющейся в системе её применения в течение суток, м<sup>3</sup>;

$V_{\text{ут1}}^{\text{СОЖ}}$  - объем утечек СОЖ из СП в течение суток, м<sup>3</sup>;

$V_{ут2}^{СОЖ}$  -объем СОЖ, теряемой с удаляемым шламовым продуктом в течение суток, м<sup>3</sup>.

$$V_{исст}^{СОЖ} = 24K_{исл} B_{л} v_{пр} \Delta h_{л} \quad (4.3)$$

где  $K_{исл}$  - коэффициент испарения СОЖ с листа при прокатке;

$B_{л}$  - ширина листа, м;  $v_{пр}$  - скорость прокатки, м/ч;

$\Delta h_{л}$  - изменение толщины прокатываемого листа, м;

$$v_{пр} = T_{пр}/h_{лс} B_{л} \rho_{л}, \quad (4.4)$$

где  $T_{пр}$  - производительность прокатного стана, т/ч;

$h = (h_{лвх} + h_{лвых})/2$  - средняя толщина прокатываемого листа, м;

$h_{лвх}, h_{лвых}$  - толщина листа соответственно на входе и выходе прокатного стана, м;

$\rho_{л}$  - плотность прокатываемого металла, т/м<sup>3</sup>;

$$V_{разст}^{СОЖ} = 24K_{раз} v_{пр}, \quad (4.5)$$

где  $K_{раз}$  - коэффициент, характеризующий потери СОЖ, разбрызгиваемой прокатываемым листом, м<sup>2</sup>;

$$V_{ис.уст}^{СОЖ} = 24K_{ис.уст} S_{уст} T \quad (4.6)$$

где  $K_{ис.уст}$  - коэффициент, характеризующий испарение СОЖ из установки, м/°С;

$S_{уст}$  - площадь открытой поверхности установки, м<sup>2</sup>;

$T$  - температура СОЖ в процессе эксплуатации, °С;

$$V_{ут.1}^{СОЖ} = 24K_{ут.1} Q \quad (4.7)$$

где  $K_{ут.1}$  - коэффициент, характеризующий утечки СОЖ из СП СОЖ;

$Q$  - производительность СП СОЖ, м<sup>3</sup>/ч;

$$V_{ут.2}^{СОЖ} = 24K_{ут.2} M_{шл}, \quad (4.8)$$

где  $K_{ут.2}$  - коэффициент, характеризующий утечки СОЖ вместе с удаляемым шламом, м<sup>3</sup>/кг;

$M_{\text{шл}}$  - массовый расход удаляемого шлама, кг/ч:

$$M_{\text{шл}q} = K_{\text{СОЖ}} c \varepsilon \quad (4.9)$$

где  $K_{\text{СОЖ}}$  - коэффициент, определяющий долю СОЖ в удаляемом шламе, м<sup>3</sup>/кг;

$c$  - исходное содержание механических примесей в загрязненной СОЖ, кг/м<sup>3</sup>.

Основные факторы ( $T_{\text{пр}}$ ,  $V_{\text{л}}$ ,  $v_{\text{пр}}$ ,  $S_{\text{уст}}$  и др.), влияющие на потерю СОЖ и легко получаемые эмпирически, представлены в явном виде в зависимостях (4.3) - (4.9). Прочие же факторы опосредованно (в неявном виде) учитываются при помощи коэффициентов в этих же зависимостях, определяемых из решения системы уравнений (4.2).

В качестве примера составим и решим уравнения объема СОЖ для четырех- и пятиклетевого станов, функционирующих в основном производстве ОАО "Северсталь" (г. Череповец).

Для нахождения численных значений коэффициентов необходимо решить уравнение (4.2). Так как число коэффициентов (неизвестных) в уравнении (4.2) равно пяти, то необходимо составить минимум пять таких уравнений при различных значениях основных факторов. Для автоматизации расчета коэффициентов в уравнениях баланса была разработана соответствующая программа, позволяющая методом наименьших квадратов решать системы с любым числом уравнений и неизвестных (при числе уравнений, равном пяти, система уравнений является определенной; при большем числе уравнений система переопределенная).

В результате подстановки численных значений основных факторов (исходных данных), полученных эмпирически за период с 27.11.99 по 20.02.00, в уравнение (4.2), составлены две переопределенные системы уравнений баланса для четырех- и пятиклетевого станов при исходных данных, представленных в таблице 4.1. После решения системы уравнений получили численные значения коэффициентов (табл. 4.2). Невязка и среднее

квадратическое отклонение полученных результатов не превышают соответственно  $1 \cdot 10^{-9}$  и  $3 \text{ м}^3$ .

Таблица 4. 1 - Пример исходных данных для расчета уравнения (4.2)

Стан	Дата	$V_{\text{долив}}^{\text{СОЖ}}, \text{м}^3$ (y)	$B_{\text{л}} v_{\text{пр}} \Delta h_{\text{л}}$ (x <sub>1</sub> )	$v_{\text{пр}}, \text{м/ч}$ (x <sub>2</sub> )	$S_{\text{уст}} T$ (x <sub>3</sub> )	$Q, \text{м}^3/\text{ч}$ (x <sub>4</sub> )	$M_{\text{шл}}, \text{кг/ч}$ (x <sub>5</sub> )
Четырех- клетевой	27.11.99	111,60	176,15	2447	2000	1500	722
	28.11.99	100,00	196,02	2723	2200	1500	780
	29.11.99	90,34	133,30	1730	1960	1500	693
Пяти- клетевой	27.12.99	107,80	244,62	2548	2080	2250	895
	28.12.99	74,60	219,36	2285	2000	2250	806
	29.12.99	143,45	275,26	2867	2040	2250	914

Большое значение среднего квадратического отклонения объясняется значительными колебаниями объема СОЖ в СП относительно номинального значения, вызванными отсутствием в системе устройств для автоматического поддержания фиксированного (номинального) объема СОЖ.

Сравнение выходных показателей для четырех- и пятиклетевого стана показывает, что объемы СОЖ, испаряющейся из СП и разбрызгиваемой прокатываемым листом, для обоих станов практически одинаковы. Это объясняется одинаковыми открытыми площадями поверхностей установок, температурой СОЖ и примерно одинаковой скоростью прокатки.

Таблица 4.2 – Результаты решения переопределенных систем уравнений баланса по СОЖ

	Коэффициенты					Среднее значение выходных показателей, $\text{м}^3/\text{сут}$				
	$K_{\text{ис.л}}$	$K_{\text{раз}}$	$K_{\text{ис.уст}}$	$K_{\text{ут1}}$	$K_{\text{ут2}}$	$V_{\text{ис.ст}}^{\text{СОЖ}}$	$V_{\text{раз.ст}}^{\text{СОЖ}}$	$V_{\text{ис.ст}}^{\text{СОЖ}}$	$V_{\text{ут1}}^{\text{СОЖ}}$	$V_{\text{ут2}}^{\text{СОЖ}}$
Четырех- клетевой	3,313	0,023	0,203	0,185	0,095	74,38	0,32	4,56	4,15	2,13
Пяти- клетевой	4,124	0,025	0,195	0,238	0,116	110,47	0,35	4,43	6,17	3,22

В то же время, для пятиклетевого стана наблюдается в 1,5 раза большее испарение СОЖ из зоны обработки  $V_{\text{ис.ст}}^{\text{СОЖ}}$  по сравнению с четырехклетевым, что, очевидно, связано с большей его производительностью, увеличенным

числом рабочих валков, производящих деформацию (вытяжку) прокатываемого листа, а также большей шириной проката. Показатели  $V_{ут.1}^{СОЖ}$  и  $V_{ут.2}^{СОЖ}$  для четырехклетевого стана имеют примерно на 25 % меньшие значения, чем для пятиклетевого. Найденное в результате решения уравнения (4.2) среднее значение выходного показателя  $V_{ут.1}^{СОЖ}$  нужно для определения составляющей  $Q^{ут}$  в уравнении баланса (4.10) по механическим примесям.

Следует отметить, что наибольшие потери СОЖ, примерно 87 %, вызваны испарением в зоне обработки, а наименьшие - уносом СОЖ с листом (0,3 %).

Анализ данных (см. табл. 4.2), полученных в результате решения уравнения (4.2), показал, что доминирующим фактором негативного воздействия на окружающую среду является испарение СОЖ на стане в процессе прокатки  $V_{ис.ст}^{СОЖ}$ . В связи с этим возникает необходимость разработки эффективной технологии и техники улавливания, конденсации и возврата в систему испарившейся СОЖ.

Уравнение баланса (4.2) может быть полезно при оценке эффективности и экологичности работы различных прокатных станов и обслуживающих их СП СОЖ.

Аналогичным образом можно составить и другие уравнения балансов. Уравнение баланса по механическим примесям в СОЖ (рис. 4.2) имеет следующий вид:

$$Q_T^{пк} + Q_T^{пр} = Q_T^{ун} + Q_T^{уд} + Q_T^{ос} + Q_T^{ут}$$

где  $Q_T^{пк}$  - массовый расход механических примесей, попадающих в СОЖ с горячекатаным листом (подкатом), кг/ч;

$Q_T^{пр}$  - массовый расход механических примесей, образующихся в результате холодной прокатки, кг/ч;

$Q_T^{ун}$  - массовый расход механических примесей, уносимых с прокатываемым листом, кг/ч;

$Q_T^{уд}$  - массовый расход механических примесей, удаляемых очистителями СП СОЖ, кг/ч;

$Q_T^{ос}$  - массовый расход механических примесей, не удаленных СП СОЖ, кг/ч;

$Q_T^{ут}$  - массовый расход механических примесей, содержащихся в СОЖ, теряемой в результате утечек, кг/ч.

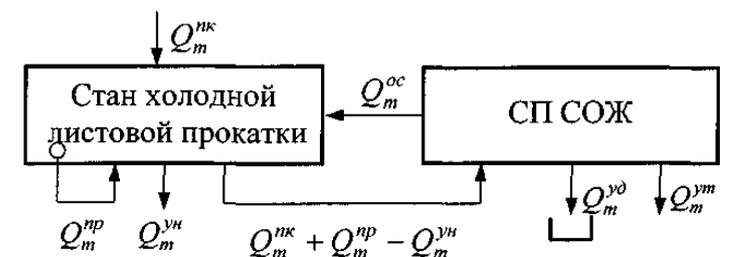


Рисунок 4.2 – Схема к расчету баланса по механическим примесям

Рассмотрим составляющие баланса:

$$Q_T^{пк} = K_{пк} T_{пр},$$

где  $K_{пк}$  - коэффициент, характеризующий количество механических примесей на поверхности листа подката;

$$Q_T^{пр} = K_{пр} T_{пр} h_{л.вх} / h_{л.вых},$$

где  $K_{пр}$  - коэффициент, характеризующий количество механических примесей, образующихся в результате прокатки;

$$Q_T^{ун} = K_{ун} v_{пр},$$

где  $K_{ун}$  - коэффициент, характеризующий количество механических примесей, уносимых на поверхности прокатываемого листа;

$$Q_T^{уд} = Q \sum_{i=1}^{n_0} c_i \varepsilon_1$$

где  $c_i$  - концентрация механических примесей в загрязненной СОЖ по ступеням очистки, кг/м<sup>3</sup>;

$\varepsilon_1$  - степень очистки СОЖ по ступеням очистки;

$n_0$  - количество ступеней очистки;

$$Q_T^{oc} = Q \sum_{i=1}^{n_0} (1 - \varepsilon_i) \varepsilon_i;$$

$$Q_T^{yt} = c V_{yt.1}^{COЖ}.$$

В результате решения системы уравнений баланса по механическим примесям для четырехклетевого стана с исходными данными по табл. 4.3 установлено, что до 98,9 % механических примесей, поступающих в СП СОЖ, удаляется очистителями, 0,9 % механических примесей остается в СОЖ и выпадает в осадок, а 0,2 % уносится из системы вместе с утечками СОЖ (табл. 4.4). Невязка и среднее квадратическое отклонение полученных результатов не превышают соответственно  $1 \cdot 10^{-7}$  и 1,8 кг.

Таблица 4.3 – Исходные данные

Дата	$T_{пр}(y_1)$	$T_{пр} h_{л.вх}/h_{л.вых}(y_2)$	$v_{пр}(x_1)$	$Q_m^{уд}(x_2)$	$Q_m^{oc}(x_3)$	$Q_m^{ym}(x_4)$
27.11.99	57,2	171,6	2447	43,3	0,42	0,043
28.11.99	63,7	191,1	2723	46,8	0,45	
29.11.99	107,1	321,2	4574	75,0	0,73	

Таблица 4.4 – Результаты решения системы уравнений баланса по механическим примесям

Коэффициенты			Среднее значение входных и выходных показателей, кг/ч					
$K_{пк}$	$K_{пр}$	$K_{ун}$	$Q_m^{нк}$	$Q_m^{пр}$	$Q_m^{ун}$	$Q_m^{уд}$	$Q_m^{oc}$	$Q_m^{ym}$
0,5367	0,082	0,0007	34,1	17,07	1,71	48,7	0,49	0,043

Большое значение входных показателей  $Q_T^{пк}$  и  $Q_T^{пр}$  уравнения баланса по механическим примесям, по-видимому, объясняется некачественным травлением и промывкой подката.

Уравнение баланса по "иностраным" маслам (смазочным, гидравлическим):

$$Q_{vm} = Q_{vэ} + Q_{vy} + Q_{vo} \quad (4.11)$$

где  $Q_{vm}$  - объемный расход "иностраных" масел, поступивших в СП СОЖ, м<sup>3</sup>/ч;

$Q_{vэ}$  - объемный расход "иностраных" масел, эмульгированных в СОЖ, м<sup>3</sup>/ч;

$Q_{vy}$  - объемный расход "инородных" масел, удаленных из СОЖ, м<sup>3</sup>/ч;

$Q_{vo}$  - объемный расход "инородных" масел, оставшихся в СОЖ (неэмульгированных), м<sup>3</sup>/ч.

Если объемный расход "инородных" масел  $Q_{vm}$ , попавших в СОЖ, меньше объемного расхода эмульгированных "инородных" масел  $Q_{vэ}$ , то второе и третье слагаемые уравнения (4.11) будут равны нулю, а  $Q_{vm} = Q_{vэ}$ :

$$Q_{vm} = K_{п} T_{пр},$$

где  $K_{п}$  - коэффициент, характеризующий объем "инородных" масел, поступивших в СП СОЖ;

$$Q_{vэ} = K_{эм} Vc_{эпр},$$

где  $K_{эм}$  - коэффициент, характеризующий способность СОЖ эмульгировать "инородные" масла;

$c_{эпр}$  - массовая концентрация эмульгаторов в СОЖ, кг/м<sup>3</sup>;

$$Q_{vy} = Q \sum_{i=1}^{n_0} c_i \varepsilon_i K_{уд.м.i},$$

где  $K_{дMi}$  - коэффициент, характеризующий долю "инородных" масел в удаляемом шламе по всем ступеням очистки;

$$Q_{vo} = Q \sum_{i=1}^{n_0} (1 - \varepsilon_i) K_{ос.м.i} c_i$$

где  $K_{осi}$  - коэффициент, характеризующий количество "инородных" масел, оставшихся в СОЖ.

Уравнение баланса по эмульсолу

$$V_э^п = V_э^о + V_э^y + V_э^н, \quad (4.12)$$

где  $V_э^п, V_э^о, V_э^y, V_э^н$  - объем эмульсола, соответственно поступившего в СОЖ, растворенного (эмульгированного) в СОЖ, удаленного в виде выделившейся масляной пленки и не удаленного (оставшегося) в виде масляной пленки, м<sup>3</sup>.

$$V_9^0 = c_9 V$$

где  $c_9$  - концентрация эмульсии, кг/м<sup>3</sup>;

$$V_9^y = Q \sum_{i=1}^{n_0} c_i \varepsilon_i K_{yi}$$

где  $K_{yi}$  - коэффициент, показывающий долю масла, выделившегося из эмульсола по отношению к общему объему "инородных" масел в СОЖ;

$$V_9^H = Q \sum_{i=1}^{n_0} (1 - \varepsilon_i) c_i K_{yi}$$

Рассмотренный балансовый подход отличается простотой математического аппарата и позволяет оценить эффективность и экологичность СП СОЖ как качественно, так и количественно.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Адлер Ю.П., Марков Е.В., Грановской Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. - М.: Наука, 1976. - 278 с.
- 2 Белов М.А., Булыжев Е.М. Влияние параметров состояния СОЖ на выходные показатели процесса шлифования // Совершенствование процессов финишной обработки в машиностроении и приборостроении. Экология и защита окружающей среды. - Минск: БГПА, 1995.
- 3 Гурский Е.И. Теория вероятностей с элементами математической статистики. - М.: Высшая школа, 1971. - 354 с.
- 4 Демидович Л.Д., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1972. - 664 с.
- 5 Дунин-Барковский И.В. Применение теории вероятностей и спектральной теории неровностей поверхности для расчетов допустимых значений геометрических параметров при функциональной взаимозаменяемости // Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении. - М.: Машиностроение.- 1964.- № 4.- С. 25 - 30.
- 6 Зимон А.Д. Адгезия жидкости и смачивание. - М.: Химия, 1974. - 416 с.
- 7 Зимон А.Д. Адгезия пыли и порошков. - М.: Химия, 1976. - 432 с.
- 8 Инструкция по испытаниям новых СОЖ на технологическую эффективность при шлифовании. - Киев: ВНИИПКНефтехим, 1981. - 72 с.
- 9 Колмогоров А.Н. О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // ДАН СССР. - 1941. - Том XXXI. - № 2. - С. 99 -101.
- 10 Королев А.В., Новоселов Ю.К. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. - Часть 1. Состояние рабочей поверхности инструмента. - Саратов; Изд-во Сарат. госуд.унив., 1987. - 161с.
- 11 Королук В.С. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Наука, 1985. - 456с.
- 12 Коузов П.А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов. - Л.: Химия, 1987. - 264 с.

13 Кочетов Ю.А., Чинаев П.И. Анализ состояния и тенденций развития гибких производственных систем капиталистических стран Европы // Вестник машиностроения. - 1988. - №8. - С. 77-80.

14 Малиновская Т.А. Разделение суспензий в промышленности органического синтеза. - М.: Химия, 1971. - 318с.

15 Математические модели контроля загрязнения воды / Под ред. А. Джеймса. - М.: Мир, 1981. - 473 с.

16 Методика экономической оценки эффективности технологических процессов на основе системы единых критериев / Худобин Л.В., Булыжев Е.М., Белов М.А. и др. // Вестник машиностроения. - 1995. - № 6. - С. 42-45.

17 Пакет прикладных программ регрессионного анализа дискретных результатов эксперимента. - М.: МОССТАНКИН, 1989. - 253 с.

18 Паничкин В.В., Уварова Н.В. Методы контроля дисперсности и удельной поверхности металлических порошков. - Киев: Наукова думка, 1973. - 198 с.

19 Поверхностные явления, дисперсные системы / Под ред. Ю.М. Поташникова. - Калинин: Изд-во Калинин. политех. ин-та., 1976. - 28 с.

20 Полянсков Ю.В. Индивидуальные, групповые и централизованные системы очистки и стабилизации СОЖ для операций абразивно-алмазной обработки // Теория трения, смазки и обрабатываемости материалов. - Чебоксары: Изд-во Чуваш. госуд. унив., 1980. - С. 11-20.

21 Равич-Щербо М.И., Новиков В.В. Физическая и коллоидная химия. - М.: Высшая школа, 1975. - 255 с.

22 Сбекнев А.Ф., Симонов В.В. Ультразвуковые установки для приготовления водной эмульсии к механизированным крепям // Экспр.-инф. ЦНИЗИуголь. - 1977. - 48 с.

23 Технологические свойства новых СОЖ для обработки резанием / Под ред. М.И. Клушина. - М.: Машиностроение, 1979. - 192 с.

24 Тихонцов А.М., Коробочка А.Н., Пономоренко А.Б. Системы эксплуатации водных СОЖ // Вестник машиностроения. - 1987. - № 1. - С. 48 -

51.

25 Тихонцов А.М., Шмыряев М.П. Комплексные системы транспортирования стружки и шлама и очистки СОЖ на металлорежущих станках и автоматических линиях // Станки и инструмент. - 1979. - №4. - С. 17-18.

26 Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии: - М.: Химия, 1982. - 400 с.

27 Худобин Л.В., Бердичевский Е.Г. Техника применения смазочно-охлаждающих средств в металлообработке:- М.: Машиностроение, 1977. - 190 с.

28 Чулок А.И. Математические модели автоматизированного проектирования систем применения СОЖ. - М.: ВНИИТЭМР, 1987. - Сер. 3. - Вып. 5. - 82 с.

29 Шелудко А.В. Коллоидная химия. - М.: Мир, 1984. – 320 с.

30 Эмульсии / Под ред. Ф. Л. Шермана. - Л.: Химия, 1972. - 448 с.

31 Энтелис С.Г., Берлине Э.М. Смазочно-охлаждающие технологические средства для обработки металлов резанием.- М.: Машиностроение, 1986. - 352 с.

32 Allander G.E. Ein graphisches Verfahren zur Bestimmung des mittleren Abscheidegrades gewisser mechanischer Staubabscheider // Staub. - 1958. - № 1. - P. 15 -17.

33 Camp T.R. Sedimentation and the design of settling tanks // Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs. - 1996. - Vol. 11. - P. 695.

34 Clements M.S. Velocity variations in rectangular sedimentation tanks // J. Inst. Civ. Engrs. - 1996. - Vol.34- P. 171.

35 Coolant recovery system // Manuf. Eng. (USA). - 1999. - 122, № 2. - P. 110.

36 Dick R.I. Gravity thickening of sewage studies // Wat. Pollut. Control.- 1992. -Vol. 71. - P.368.

37 Escritt L.B. Sewerage and sewage disposal // Contractor Record. - London, 282. - 1994. - 568 p.

38 Hamlin M.J., Tebbutt T.H.Y. Sedimentation studies // Surveyor. - 1990. - Vol. 135(4065). - P. 42.

- 39 Hamlin M.J., Wahab A.H.A. Settling characteristics of sewage in density currents // *Wat. Res.* – 1990. - Vol. 4. - P. 609.
- 40 Hazen A. On sedimentation // *Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs.* - 1904. - Vol. 53. - P. 45.
- 41 Holmes G.D., Gyatt W.P. Operation of Syracuse N.Y. plant - four year summary // *Sew. Wks.J.* - 1989. - Vol. 1. - P.318.
- 42 Khudobin L.V. Bulyzhyov E.M. Effectiveness of gravitational separation of coolant from grinding slime by magnetic treatment// *Russian Engineering Journal.* - 1979. – 57, №11. - P.40 - 42.
- 43 March R.P., Hamlin M.J. An investigation into the performance of a full-scale sedimentation tank // *J. Proc. Inst. Sew. Purff.* - 1996. - Vol. 2. - P. 118.
- 44 Rich L.G. Unit operation of sanitary engineering. - New York: Wiley. - 1991.- 81 p.
- 45 Tebbutt T.H.Y. The performance of circular sedimentation tanks // *Wat. Pollut. Control.* - 1999. - Vol. 68. - P. 467.
- 46 Too less than one micron // *Ind. Diamond. Rev.* - 1998. - 58, № 577. - P. 9 - 16.
- 47 United States Environmental Protection Agency. A mathematical model of a final clarifier. - Washington, 75. - 1992. - 254 p.
- 48 Wahab A.H.A. An investigation into the hydraulic characteristics of model rectangular sedimentation tanks // *M. Sc. Thesis. Birmingham Univ.* - 1989. - Vol. 12. - P. 542.
- 49 Water Pollution control Federation. Manual of practice No. & Sewage treatment Plant Design // *WPCF.* - Washington, 93. - 1959. - 245 p.
- 50 Wills R.F., Davis C Flow patterns in a rectangular sewage sedimentation tank, m: *Advances in water pollution research* // *Proc. 1-st. Intl. Conf. Water Poll. - Res.* 2. - Oxford: Pergamon. - P.335.
- 51 Zeiński P. Keep your coolant in circulation // *Mod. Mach. Shop.* - 1998. - 70, № 12. - P. 96-98.

- 52 Классен П.В., Гришаев Н.Г. Основы техники гранулирования. – М.: Химия, 1982. – 272 с.
- 53 Вилесов Н.Г., Скрипко В.Я., Ломазов В.Л., Ткаченко И.М. Процессы гранулирования в промышленности. – Киев: Техника, 1976. – 192 с.
- 54 Классен П.В., Гришаев Н.Г., Шомин И.П. Гранулирование. – М.: Металлургия, 1991. – 238 с.
- 55 Шейкин А.Е. Строительные материалы. – М.: Стройиздат, 1978. – 432 с.
- 56 Крашаница Ю. А. О новых интегральных представлениях в динамике жидкости // 6 Всес. съезд по теоретической и прикладной механике. – Ташкент, 1986. – 383 с.
- 57 Renardy M. Some remarks on the Navier-Stokes equations with a pressure dependent viscosity // Commun. Part. Differ. Equat. –1986. – V. 11.- № 7. – P.779-793.
- 58 Xu J., Yu W. Reduced Navier-Stokes equations with streamwise viscous diffusion and heat conduction terms // AIAA Pap. – 1990. - № 1441. – P. 1-6.
- 59 Yoon Seokwan, Kwak Dochan. Three-dimensional incompressible Navier-Stokes solver using lower-upper symmetric Gauss-Seidel algorithm // AIAA Journal. – 1991. –V. 29. - № 6. – P. 874-875.
- 60 Gresho P. M. Incompressible fluid dynamics: some fundamental formulation issues // Annu. Rev. Fluid Mech. - Vol.23. - Palo Alto, Calif. - 1991. – P. 413-453.
- 61 Rogers Stuart E., Kwak Dochan, Kiris Cetin. Steady and Unsteady solutions of the incompressible Navier-Stokes equations // AIAA Journal. – 1991. – V. 29. - № 4. – P. 603-610.
- 62 Shimada Masayoshi, Tokunaga Hiroshi, Satofuka Nobuyuki, Nishida Hidetoshi. Numerical simulation of three-dimensional viscous flows using the vector potential method // JSME Int. J. – 1991. – V. 34. - № 2. – P. 109- 114.
- 63 Thiele A., Tobiska L. A weighted upwind finite element method for solving the stationary Navier-Stokes equations // Wiss. Tech. Univ. – Magdeburg, 1989. – V. 33. - № 6. – P. 13-20.

64 Prosnak W. J. , Koma Z. J. On a new method for numerical solution of the Navier-Stokes equations // Acta Mech. – 1991. – V. 89. - № 1. – P. 45-63.

65 Грищенко А.З., Федоровский Н.В., Шанидзе Д.И. Анализ современных подходов к разработке математического описания технологических процессов производства окатышей как объектов автоматизации // Автоматизация процессов окускования железных руд. – Киев, 1976. – С. 6-13.

66 Юсфин Ю.С., Каменев А.Д., Буткарев А.П. Управление окускованием железорудных материалов. – М.: Metallurgy, 1990. – 280 с.

67 Балес А.А. Прочность влажных гранул // Окускование железных руд и концентратов. – Свердловск, 1977. – Вып.4. – С. 101-108.

68 Королев А.С., Куценко В.Ф., Тациенко П.А. Исследование механизма разрушения гранулированных материалов // Обогащение руд. – 1986. - № 5. – С. 31-33.

69 Батуев Г.С., Голубков Ю.В., Ефимов А.К., Федусов А.А. Инженерные методы исследования ударных процессов. – М., 1977. – 240 с.

70 Статников Б.Ш., Братчиков С.Г., Майзель Г.М., и др. Исследование упрочнения железорудных гранул в процессе термической обработки // Известия АН СССР. Металлы. – 1973. - № 4. – С. 3-9.

71 Статников Б.Ш., Тверитин В.А., Майзель Г.М., и др. Методика расчета упрочнения и определения констант уравнений спекания железорудных окатышей при их термической обработке // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – 1974. – № 6. – С. 32-36.

72 Графман С.М., Дементьев В.М., Лукьянченко Л.Ф., Браверман Е.М. К вопросу оценки прочности железорудных окатышей с использованием уравнения Розина-Раммлера // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – 1978. – № 4. – С. 21-25.

73 Каменов А.Д. Комплексное моделирование агломерации и окомкования руд. – М.: Metallurgy, 1978. – 256 с.

74 Шанидзе Д.И. Разработка математической модели управления ме-

таллургическими свойствами окатышей //Автоматизация процессов окускования железных руд: сб. науч. тр. Института автоматики. – Киев, 1976. – С. 73-76.

75 Жак А.Р., Миронова Р.П., Слизов В.Н., Чижикова В.М. Интегральный показатель качества сырых окатышей //Известия ВУЗ. Черная металлургия.- 2008. – № 5. – С. 6-10.

76 Марчук Г. И., Султангазин У. М. К вопросу о решении кинетического уравнения переноса методом расщепления // ДАН СССР. – 1965. – Т. 163.- № 4. – С. 857- 860.

77 Shimizu A., Wada T. A numerical analysis of vortex growth in a two-dimensional jet // Comput. and Fluids. – 1985. – 13, № 1. – P. 83-97.

78 Samarskii A. A., Gerasimov B. P., Elizarova T. G., Kalachinskaya I. S., Karagichev A. V., Lesunovsky A. V. , Semushin S. A., Chetverushkin B. I., Churbanov A. G. Computer simulation in engineering hydrodynamics // Int. Symp. Comput. Fluid Dyn. – Tokyo, 1985. – P. 1007-1010.

79 Fischer I., Heinbush V. Relationship between free energy density functional Born-Green-Yvon and potential distribution apparatus for in trowogeneous fluids // J. Chem. Phys. – 1988. – 88, № 3. – P. 1909 -1913.

81 Suda M. New pair potentials from an improved Born-Green integral equation. Application to liquid metals // J. Phys. – 1983. – B50, №1. – P. 1-7.

82 Конюченко Г. В. Структура и акустические свойства жидких металлов // Известия вузов. Физика. – Томск. – 2003. – 5с. – Деп. в ВИНТИ 11.08.03, № 4413-03.

*Научное издание*

**Какенов Кайрат Саттуович**  
**Кажикенова Сауле Шарапатовна**  
**Есенбаева Гульмира Ахмадиевна**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИМЕНЕНИЯ СОЖ  
В МАШИНОСТРОЕНИИ И МЕТАЛЛУРГИИ**

Подписано в печать 27.01.2011 г.

Формат 60× 90/16. Объем 12 п.л.

Печать ризографическая. Тираж 1000 экз. Заказ № 2230

Отпечатано в типографии

Карагандинского Экономического университета Казпотребсоюза.

г. Караганда, ул. Академическая, 9. Тел.: 44-17-29